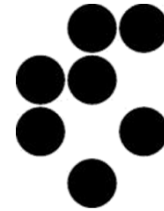


Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Plavanje pri nizkih Reynoldsovih številih

Miha Ravnik^{1,2}

¹ Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

² Inštitut „Jožef Stefan“, F5 Odsek za fiziko trdnih snovi

<https://softmatter.fmf.uni-lj.si/main.php>

<http://miha.ravnik.si>

<https://www.youtube.com/watch?v=4h079P7qRSw>

<https://www.youtube.com/watch?v=2kkfHj3LHeE>

FILM 1

FILM 2

V čem je torej razlika?

Zakaj enkrat plavalec plava drugič pa ne?

O: Plavalec plava v različnih medijih. V Filmu 1 plava v vodi, v Filmu 2 pa v koruznem sirupu.

FILM 2

FILM 3

V Filmu 2 in 3 sta plavalca v istem mediju (koruznem sirupu).

Zakaj pa se zdaj en plavalec premika drugi pa ne?

O: Potreben je pravi način plavanja, da se doseže premikanje.

<https://www.youtube.com/watch?v=2kkfHj3LHeE>

https://www.youtube.com/watch?v=s_5ygWhcxKk

Vsebina

Laminaren in turbulentni tok

Reynoldsovo število

Navier-Stokesova in Stokesova enačba

Purcellov školjčni teorem

Strategije plavanja pri nizkih Re številih in primeri bioloških plavalcev

Umetni mikro-plavalci

Zaključek

Laminaren proti turbulentnemu toku
ter Reynoldsovo število

Laminaren in turbulenten tok

Tok tekočine je lahko laminaren ali turbulenten.

- Za laminaren tok so značilne gladke tokovnice
- Za turbulenten tok so značilne prepletene in zvrtničene tokovnice

Primeri laminarnega in turbulentnega toka?

Primeri turbulentega toka

Primeri laminarnega toka

MAKRO

MIKRO

Spermatozoa

Plavajoče bakterije

Primer: za v učilnico

Tok iz pipe:

Kako lahko določimo, ali
bo tok turbulenten ali
laminaren?

Reynoldsovo število

Reynoldsovo število Re določa prehod med laminarnim in turbulentnim tokom:

$$Re = (\text{gostota tekočine}) \times (\text{velikost}) \times (\text{hitrost}) / (\text{viskoznost})$$

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu} = \frac{v l}{\nu}$$

Where:

v = Velocity of the fluid

l = The characteristics length, the chord width of an airfoil

ρ = The density of the fluid

μ = The dynamic viscosity of the fluid

ν = The kinematic viscosity of the fluid

Reynoldsovo število

Reynoldsovo število opisuje razmerje med inercijskimi silami in viskozni silami:

$$\begin{aligned} \text{Re} &= \frac{\text{inertial forces}}{\text{viscous forces}} = \frac{\text{mass} \cdot \text{acceleration}}{\text{dynamic viscosity} \cdot \frac{\text{velocity}}{\text{distance}} \cdot \text{area}} \\ &= \frac{\rho L^3 \cdot \frac{v}{t}}{\mu \left(\frac{v}{L}\right) L^2} = \frac{(\rho L^3) \left(\frac{1}{t}\right)}{\mu \left(\frac{1}{L}\right) L^2} = \frac{(\rho L^2) \left(\frac{1}{t}\right)}{\mu} = \frac{(\rho) \left(\frac{L}{t}\right) (L)}{\mu} = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \end{aligned}$$



Sir George Stokes; uvedel Re leta 1851

Strižna sila

Navier-Stokesova

Navier-Stokesova enačba opisuje splošen tok tekočin:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}.$$

kjer je \mathbf{u} hitrostno polje, ρ gostota in ν kinematična viskoznost.

Je v splošnem nelinearna enačba in določa tako turbulentne kot laminarne tokove.

Obstajajo različni načini reševanja, ki pa v splošnem praviloma temeljijo na uporabi numerični metod (z razčunalnikom).

Naloga 1:

Pretvori Navier-Stokesovo enačbo v brez-dimenzijsko obliko.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$

pri čemer uporabi naslednjo skaliranje (dimenzijsko analizo):

Scale	dimensionless variable
Length L	$\mathbf{r}^* = \frac{\mathbf{r}}{L}$
Flow velocity U	$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U}$
Time L/U	$t^* = \frac{t}{L/U}$

Press
select

Re število je edini prost parameter Navier-Stokesove enačbe

V limiti $Re \rightarrow 0$ dobiš Stokesovo enačbo

Dobiš:

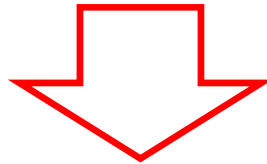
$$\cancel{Re \left(\frac{\partial \mathbf{u}^*}{\partial t^*} + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla) \mathbf{u}^* \right)} = -\nabla p^* + \nabla^2 \mathbf{u}^*, \text{ kjer } Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$$

Navier-Stokesova in Stokesova enačba

Navier-Stokesova enačba opisuje splošen tok tekočin:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}.$$

kjer je \mathbf{u} hitrostno polje, ρ gostota in ν kinematična viskoznost.



V režimu nizkih Re števil (zanemarljivih inercialnih efektov) pa se poenostavi v Stokesovo enačbo:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}.$$

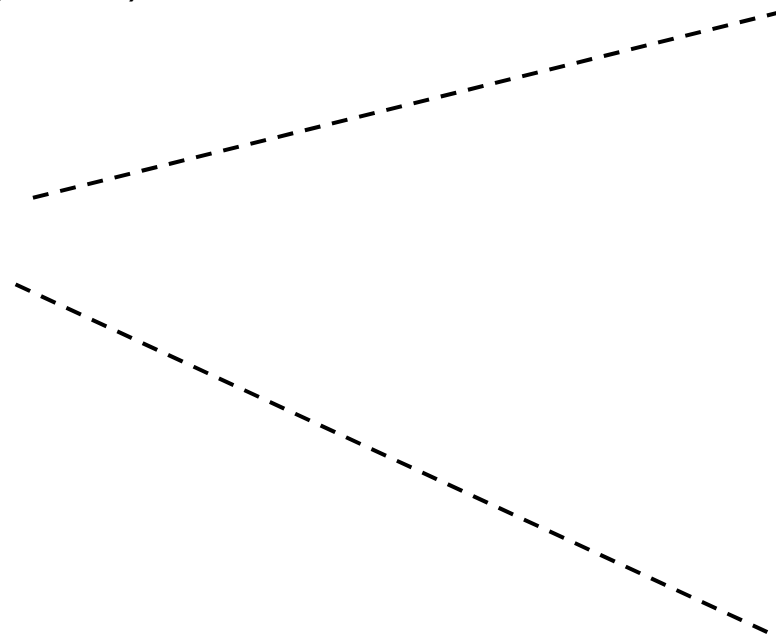
Stokesova enačba je neodvisna od časa.

Stokesova enačba torej opisuje plavanje pri nizkih Re številih.

Ko $Re > 1$ je tok turbulenten; ko $Re < 1$ je tok laminaren

Laminaren in turbulenten tok

Osborne Reynoldov aparat iz leta 1883, ki je demonstriral prehod med laminarnim in turbulentnim tokom. Aparat še vedno hranijo (in je v uporabi) na Univerzi v Manchestru.



*Tok s črnilom obarvane
vode skozi čisto vodo*

Jackson&Launder, Annu. Rev. Fluid. Mech. 39, 19 (2007)

<https://www.youtube.com/watch?v=Kq9UKD0iZ2Q>

Naloga 2:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$$

Oceni Re število za makroskopskega plavalca in mikroskopskega plavalca.

KIT

Na primer:

$R = 10\text{m}$, $v = 10\text{m/s}$,
 $\eta_{\text{voda}} = 0.001\text{ Pa s}$

$$Re = R \cdot v \cdot \rho / \eta = \underline{10^8}$$

Torej TURBULENTEN tok

BAKTERIJA

Na primer:

$R = 1\mu\text{m}$, $v = 30\mu\text{m/s}$,
 $\eta_{\text{voda}} = 0.001\text{ Pa s}$

$$Re = R \cdot v \cdot \rho / \eta = \underline{3 \cdot 10^{-5}}$$

Torej LAMINAREN tok

Strategije plavanja pri nizkih Re številih

Purcellov „školjčni teorem“ teorem

Purcell: Za neto premikanje pri nizkih Re številih so za premikanje potrebni časovno nrecipročni gibi.

Mikroskopski plavalci
potrebujejo več prostostnih
stopenj (torej možnih gibov)

Purcell, Life at low Reynolds number, Am. J. Phys. 45, 3 (1977)

Recipročnost

Zakaj se kaplje
barve vrnejo
nazaj?

Kaplje pa vseeno
niso čisto točno
enake. Zakaj?

https://www.youtube.com/watch?v=p08_KITKP50

Purcellov plavalec

Purcellov modelski plavalec preide 4 stanja – izvede 4 gibe - ko ponovno pride v osnovno stanje

Kot čoln ki ima krmilo spredaj in zadaj

Purcell, Life at low Reynolds number, Am. J. Phys. 45, 3 (1977)

Plavalec iz treh povezanih krogel

Modelski plavalec je sestavljen iz treh enakih kroglic, ki so med seboj povezane, in se premikajo časovno neregularno



Mikroskopske plavalce se danes poskuša razumeti s takimi osnovnimi plavalci, ki praviloma temeljijo na gibajočih kroglah (lahko tudi različnih velikosti)

Strategije plavanja:

Biološki mikroskopski plavalci so razvili več načinov-strategij plavanja:

Preoblikovanje
telesa

Elastična vesla

Medsebojno
odganjanje

Vrteči bički

Purcell, Life at low Reynolds number, Am. J. Phys. 45, 3 (1977)

Primeri plavalcev in strategij plavanja:

Salmonela:

Vrteči bički ter obračanje

Primeri strategij plavanja:

Opalina:

Lasasti filamenti, ki se premikajo v valovih

Primeri strategij plavanja

Spermiji:

Zvijanje bička

Primeri strategij plavanja

Klamidomonas (zelena alga)

Dva bička, ki delata zaveslaje naprej

Umetni mikro-plavalci --- biomimetska snov

Umetni mikro-plavalci: lastnosti in uporabnost

Razvija se umetne mikro-plavalce kot mikro- oziroma nano-stroje, katerih avtonomnost in lasten pogon kaže neprimerljive možnosti uporabe, npr v:

- Medicini in farmaciji - kot nosilci zdravil, bioznačevalci in kontrastni agenti
- Varovanju okolja - kot mehanizem za avtonomno čiščenje vode in zemlje
- Varnosti – kot material ki lahko aktivno vpliva ali se odzove na okolje

Osrednja biomimetskih plavalcev:

- (i) Lasten pogona - transport
- (ii) Občutljivosti na okolje – delujejo kot senzorji
- (iii) Velika zmožnost nadzorovanja njihovega gibanja

Umetni mikro-plavalci: primeri

Izbrani primeri umetnih mikro-plavalcev:

Verige
mikroskopskih
delcev
povezanih z
DNA, gnanih z
zunanjim
magnetnim
poljem

*Dreyfus et al, Nature
437, 862 (2005);
Bibbete skupina CNRS*

Janusovi
(Au -sljuda)
delci gnani s
termoforezo
(v rdecem
laserski
snop)

*Jiang et al, Phys. Rev. Lett. 105,
268302 (2010); Sano skupina, Tokyo*

Umetni mikro-plavalci: primeri 2

Izbrani primeri umetnih mikro-plavalcev:

Vodne kapljice z bromom gnane z Marangonijevim površinskim tokom, ki samo-ohranja gradient broma na površini

Thutupalli, et al, New J. Phys. 13, 073021 (2011); Herminghaus skupina, MPI

Polimerni vezikli z encimi gnani s katalizo glukoze

Jiang et al, Sci. Adv. doi: 10.1126/sciadv.1700362 (2016); Battalia

Umetni mikro-plavalci: hitrosti in velikosti

Pregled „umetnih“ plavalcev:

Umetni mikro-plavalci: tvorjenje gruč - clustering

Mikro-plavalci aktivno tvorijo gruče – ki so dinamično vezane:

The movie S2.avi (accelerated 3x) shows how large active clusters merge during the phase separation of a dense suspension ($\phi = 0.25$). The particles have a radius of 2.13 μm and are propelled with a speed of 1.45 $\mu\text{m/s}$

Buttinoni, et al, Phys. Rev. Lett. 110, 238301 (2013)

Umetni mikro-plavalci: mikro-motorji

Biološki plavalci poganjajo „mikro-motor“:

FIG. 19. Bacteria-driven micromotors. (a), (b) Sketch of the collision of a single bacterium with the rotor boundary: (a) bacteria coming from the left area with respect to the normal leave the gear, while (b) bacteria from the right get stuck at the corner exerting a torque on the rotor. The arrows represent the forces exerted by the bacteria on the rotor. (c) Angular velocity ω of the micromotor as a function of time: the black line refers to a single run; the red (lighter) line is the average over 100 independent runs. After a short transient regime (due to the initial configuration of bacteria), a fluctuating velocity around a mean value $\omega_0 \approx 0.21 \text{ rad s}^{-1}$ is observed. Inset: The same as the main plot for a symmetrically shaped micromotor, which does not rotate (on average). From Angelani, Di Leonardo, and Ruocco, 2009. *Journal of Microfluidics and Nanofluidics*, 13, 022001. (c) A gear (with an external diameter, 10 μm thickness) rotates clockwise at 1 rpm when immersed in an active bath of motile *E. coli* cells, visible in the background. The gear is sedimented at a liquid-air interface to reduce friction. The circle points to a black spot on the gear that is used for visual angle tracking. From Di Leonardo *et al.*, 2010. U.S.A. 107, 9541–9545 (2010)

Umetni mikro-plavalci: sortiranje delcev

Mikro-plavalci z različno plavalno dolžino različno prehajajo skozi porozno mrežo:

Naloga 3:

V kakšnem mediju bi torej morali plavati, če naj bi plavali pri nizkih Re številih?

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu}$$

Na primer:

$$L = 2\text{m}, v = 2 \text{ m/s}$$

$$Re = 1$$

$$\rho = 1500\text{kg/m}^3$$

$$\mu = \rho v L / Re = 6000 \text{ Pa s}$$

$$MED: \mu = \text{cca } 7000 \text{ Pa s}$$

Zaključek

Plavanje pri nizkih Re številih je pogojeno z izrazito prevlado viskoznosti nad inercialnimi efekti.

Za neto premikanje – plavanje- so potrebni časovno neobrnljivi gibi; različno hitri isti gibi so pri nizkih Re številih popolnoma enaki.

Narava je razvila širok spekter strategij za učinkovito plavanje pri nizkih Re šteilih: bički, migetalke, spreminjanje oblike.

Umetni mikro-plavalci poskušajo poustvarjati biološka gibanja in se jih razvija s ciljem uporabe v medicini, farmaciji, znanosti o okolju in varnosti.

Mogoče zanimivo & uporabno

Lahko zanimivo gradivo za dijake:

MIT modularni program za Fluid Mechanics

<http://web.mit.edu/fluids-modules/www/>

<https://www.youtube.com/watch?v=QcBpDVzBPMk>

<https://www.youtube.com/watch?v=51-6QCJTAjU>