

Jože Pahor

ISKANJE IGLE V SENENI KOPICI

ali

**Kako fiziki kaj izmerimo v prisotnosti vse večjega šuma
sem poskusil povedati čim bolj po domače**

Delavnica Stalnega strokovnega spopolnjevanja

FMF 2015

Kaj je šum?

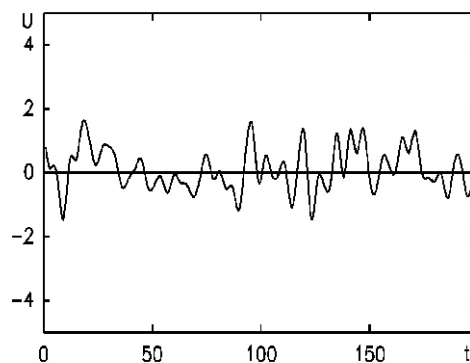
Ena od osnovnih strasti fizikov je, da bi radi izmerili vse okoli sebe. Ampak fizika je stara veda in precej fizikov je živel in merilo že pred nami. Vsa manj ostaja neizmerjenega in vse bolj so zahtevne meritve preostalega. Selimo se v drobni svet, kjer skušamo opazovati in razumeti vse bolj neznatne pojave.

Res smo dobili v zadnjih petdesetih letih odličnega pomočnika – vrsto elektronskih aparatov, vendar tudi elektronika ni vsemogočna. Vajeni smo, da dajejo napetost baterije, na prevodniku ali uporu brez priključene baterije naj bi bila napetost nič. To pa velja le za naš svet. Bolj se selimo v mikrosvet, ve doslej neznanih pojavov opazimo. V vsakem elementu, bodisi žici, ki povezuje elemente bodisi v uporih, ki sestavljajo vezja in v tranzistorjih, ki jih vsebujejo naprave, so drobni škratje, elektroni. Ti ne mirujejo ampak se naključno gibljejo sem in tja. Če se jih zbere na eni strani kateregakoli elementa nekoliko več kot na drugi – in to se dogaja redno, saj so škratje zelo poskočni – je na elementu neznatna napetost. Taka napetost se naključno spreminja. Če bi to napetost primerno ojačili, priključili na slušalko, bi slišali šumenje. Zato pravimo, da vnašajo elementi šum. Kadar dajejo senzorji, ki jih priključimo na elektronske naprave, znatne signale v obliki električnih napetosti, šum meritev ne moti. Toda danes na poti v mikrosvet šum vse bolj otežuje meritve.

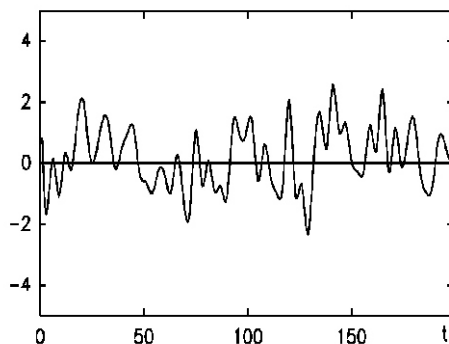
Imamo torej novo nadlogo. Preden se začnemo z njo boriti, si jo dobro oglejmo!

Za opazovanje električnih napetosti uporabljamo osciloskop. Kako vidimo torej šum z osciloskopom?

Šuma na slikah 1 in 2 si nista podobna. Edina ugotovitev bi lahko bila, da je šum na sliki 1 večji od šuma na sliki 2.



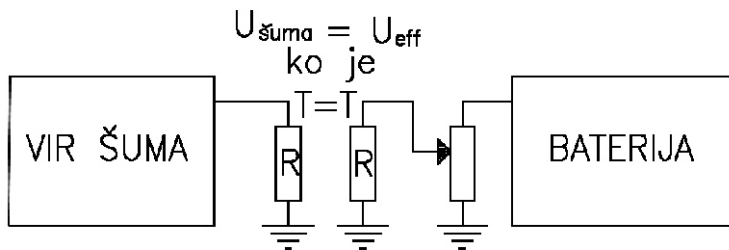
Sl. 1. Tako nam osciloskop pokaže šum



Sl. 2. Ta šum ni šumu s slike 1 prav nič podoben. Vidimo pa, da je večji. Kako to ugotovitev povedati s številko?

Fiziki smo zahtevni. Vse bi radi izmerili. Kako svojo ugotovitev povedati s številko? Poskusimo! Šum je električna napetost. Električna napetost segreva upor, če ga priključimo nanj. S podobnim pojavom smo se srečali že pri raziskovanju izmenične napetosti. Tudi ta se je spreminjala. Zato smo uvedli efektivno vrednost, to je tisto stalno napetost, ki bi enako ogrevala upor kot nanj priključena izmenična napetost. Enako lahko storimo tudi tukaj (slika 3).

Šumi posameznih elementov kot so upori in tranzistorji so neznatni, zato jih seveda ne



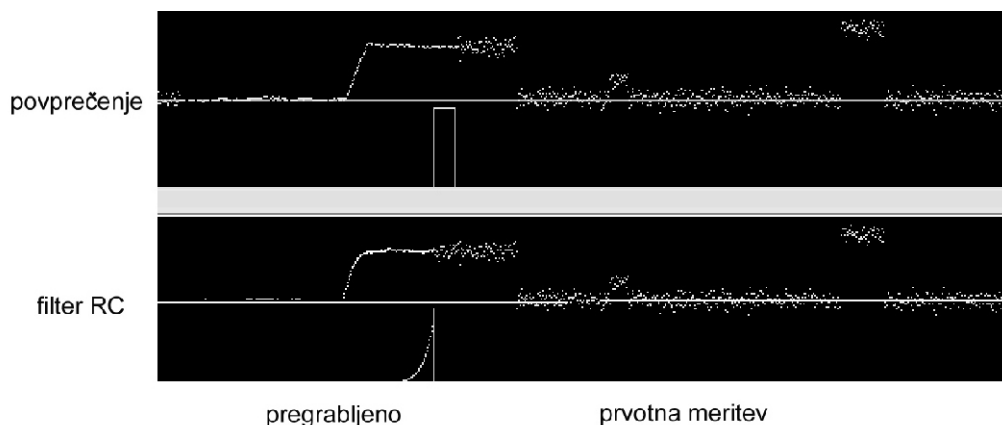
Sl.3. Šum greje levi upor. S potenciometrom naravnamo napetost na desnem uporu tako, da bo njegova temperatura enaka temperaturi levega upora. Tedaj ima napetost na desnem uporu enako vrednost kot je efektivna napetost šuma

moremo meriti tako, da bi kaj segrevali. Šum z upora 10 kohmov pri sobni temperaturi je le okoli 60 mikrovoltov. Šele elektronski sestavni z ojačenjem vsaj tisoč dajejo na izhodu šum, ki ga zlahka opazujemo ali merimo.

{ Mimogrede: $U_{eff} = \sqrt{4kTR}$ kjer je T absolutna temperatura, R upor in frekvenčni interval v katerem merrimo šum, $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ }

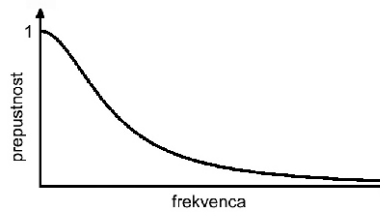
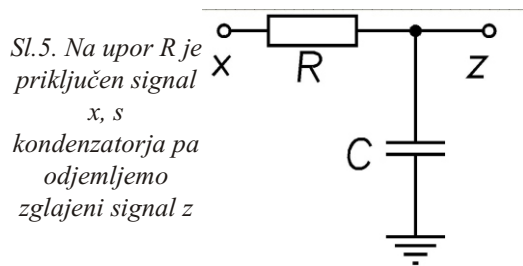
Vrnimo se k meritvam!

Slika 4. kaže rezultat namišljene meritve, ki pa si ji primešal šum in razsul gladko polzečo črto v razdrapano pot. Bodimo skrbni cestarji in pregrabimo izmerjeno krivuljo! Vzpetine zasujejo jamice in črta je tako spet zglajena. Rezultat naše meritve je spreminjajoča se električna napetost, zato moramo najti električno glajenje. Najpreprosteje je, da uporabimo člen RC kot kaže slika 5. Napetost prek kondenzatorja se vede podobno kot gladina ribnika, kamor doteka enkrat izdatnejši, nato spet usihajoči potoček.



Sl.4. Rezultat namišljene meritve z motečim šumom, ki ga pa manjšamo z dvema načinoma glajenja

Danes, v dobi prevladujoče digitalne elektronike, je popravljanje meritev nekoliko drugačno. V primernih časovnih intervalih jemljemo vzorce. Potem izračunamo povprečno



Sl.6. Člen RC dobro prepušča nihanja z majhnimi frekvencami, proti višjim frekvencam pa njegov odziv pada kot $1/f$

vrednost, recimo zadnjih desetih vzorcev, in jo vrišemo v svoj graf. Število vzorcev izberemo tako, da se merjena količina znotraj intervala ne spremeni bistveno. Šum je živahnejši. Povprečna vrednost šuma prek zelo dolgega intervala je nič. Ker pa je šum živahnejši od merjene količine, ga lahko znatno zmanjšamo s povprečenjem prek kratkega intervala.

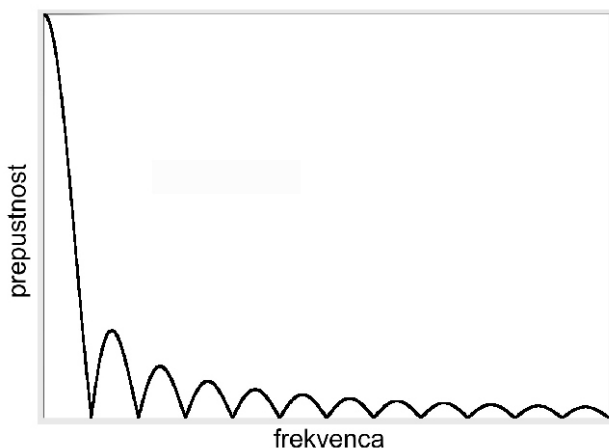
Vpeljimo drugačno izrazoslovje. Lahko rečemo, da uporabljamo pri meritvi filter, ki izloči hitra dogajanja, čim manj pa naj popači počasna. Hitra dogajanja popišejo harmonična nihanja visokih frekvenc, počasna pa nihanja z nizkimi frekvencami.

Zanima nas, kako se odziva na harmonična nihanja filter RC . Odziv takega filtra kaže slika 6.

Graf je razumljiv tudi brez zahtevne matematike. Zaporedno povezana upor in kondenzator si delita vhodno napetost v razmerju upornosti. Upor kondenzatorja se s frekvenco manjša kot $1/f$, torej napetost na njem pada z rastočo frekvenco vhodne napetosti.

Podobno odvisnost najdemo tudi pri digitalnem filtriranju svojega signala, le da se pri vrsti frekvenc izhodni signal povsem izniči. Odziv si lahko ogledate na sliki 7.

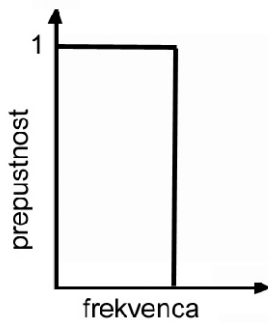
Bi si lahko napravili boljši filter, tak, da bi čim enakomerneje prepuščal nihanja nizkih frekvenc, pa čim bolj odstranil nihanja z visokimi frekvencami? Pričakujemo, da bo tako filtriranje uspešnejše. Želimo si filter s frekvenčno karakteristiko, ki jo vidimo na sliki 8. Kako do



Sl.7. Tako se na različne frekvence odziva filter z enostavnim povprečenjem prek n kanalov

takega filtra, ali pa vsaj do približka?

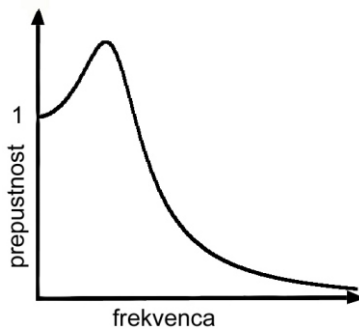
Spomnimo se nihala in njegovega odziva na enake sile različnih frekvenc. Nedušeno nihalo ne bo primerno, saj je njegov odziv v resonanci preburen (slika 9). S primernim dušenjem



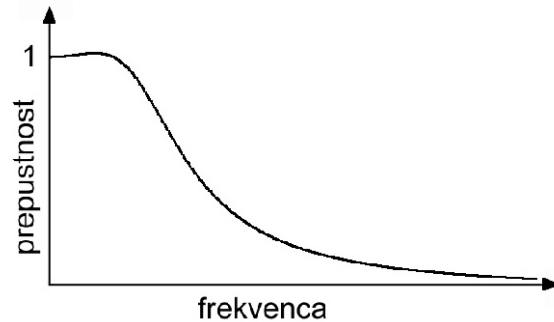
Sl.8. Želimo si takle filter

lahko dosežemo skoro enakomeren odziv nekje do resonančne frekvence, znatno nad njo pa odziv pada kot $1/f$, torej hitreje kot pri filtru RC (slika 10). Ker so naše meritve električne, potrebujemo kot filter električno nihalo, to pa je električni nihajni krog, sestavljen iz tuljave in kondenzatorja. Z ojačeno napetostjo, ki jo je dal naš merilni sistem, vzbujamo nihajni krog, s kroga pa pobiramo filtrirani signal, kjer smo se iznebili nezaželenih nihanj, ki so gradnik šuma.

Igro lahko nadaljujemo tako, da nihanje s prvega nihajnega kroga vzbujamo v naslednjem nihajnem krogu



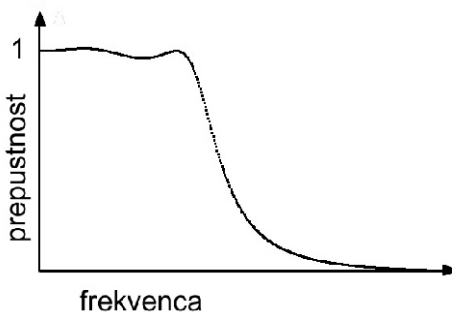
Sl.9. Tole nam ponuja nihalo



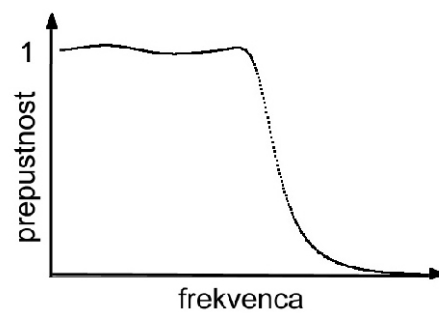
Sl.10. Tole nam ponuja nihalo. Enak električni odziv dobimo z električnim nihajnim krogom.

(slika 11). Dodamo lahko še tretji nihajni krog (sl 12). Prišli smo do filtrov, ki imajo ime po Čebiševu. Kot matematik Čebišev seveda ni navijal tuljav in jih bratil s kondenzatorji, ampak je raziskoval matematične poti, kakor predelati vhodni signal in ga čim uspešneje očistiti nezaželenih nihanj. Njegovi izsledki so uporabni v sodobnih računalnikih.

Tudi analogna računalniška tehnika ni nikoli uporabljala tuljav. S pomočjo operacijskih ojačevalnikov, uporov in kondenzatorjev je mogoče ustvariti induktivnost in oponašati vrsto



Sl.11. Igro nadaljujemo z dvema sklopljenima nihajnima krogoma in primerno izbranim dušenjem



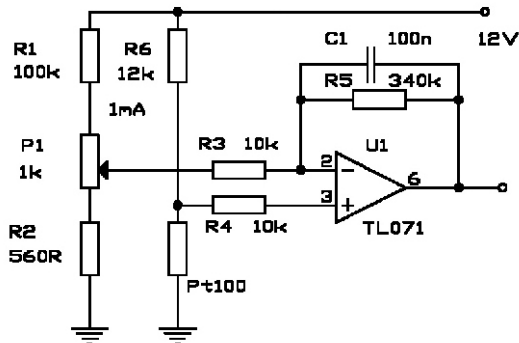
Sl.12. Taka je prepustnost filtra s tremi nihajnimi krogi

povezanih nihajnih krogov, ki vzbujajo drug drugega.

S primerno izbiro lastnih frekvenc povezanih nihajnih krogov in z ustreznim dušenjem je mogoče doseči imenitne filtre. Eno od karakteristik treh povezanih krogov vidimo na sliki 12.

Vrnimo se k svojim meritvam. Recimo, da smo doslej merili temperaturo s termočlenom. Temperaturo pa lahko merimo tudi s platinskim uporom, ki ga vgradimo v

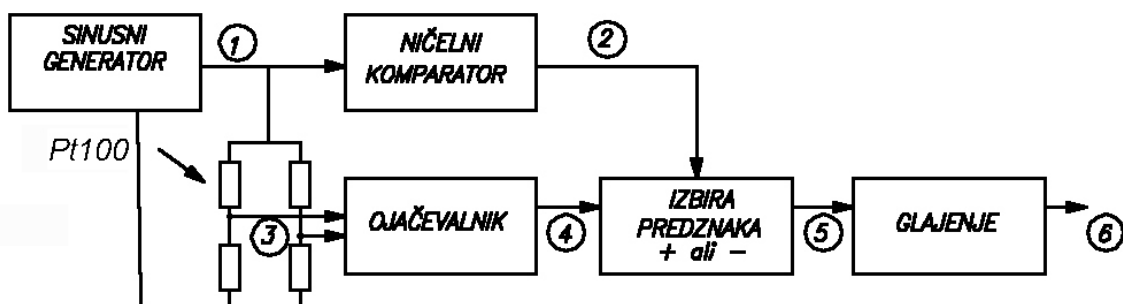
Wheatstonov most. Če napajamo most z istosmerno napetostjo, bo tekla meritev podobno kot pri meritvi s termočlenom (slika 13). Zaradi toplotne kapacitete obeh senzorjev, ki omejita njune odzivne čase na morda sekundo, bomo pri meritvah skušali zaznavati frekvence do Hertza, vsa nihanja nad nekaj Hz pa naj filter izloči.



Sl. 13. Meritev z mostičem. C1 in R3 skrbita za glajenje. Ker je Pt100 len, bi bilo lahko glajenje močnejše, torej večji C1

Vrednosti uporov in kondenzatorjev v tej enoti so sicer neznatno odvisni od temperature, toda temperaturna sprememba zlahka spremeni frekvenco nihanja za hertz, kar je dovolj, da res dober filter izloči tudi ves merjeni signal in ne le šuma. Podobno se lahko spremeni tudi lastna frekvenca nihajnega kroga, ki izbira merjeno napetost. Se lahko težavam kako izognemo?

Rešitev bi bila, če bi generator izmenične napetosti neposredno narekoval filterski enoti, katero nihanje naj zasleduje. Domiselna rešitev je takoimenovana fazno občutljiva demodulacija. Ideji take demodulacije lahko sledimo s pomočjo slike 14. Wheatstoneov mostič napaja sinusni generator s frekvenco okoli 5 kHz. (1). Zaradi tega je sinusen tudi signal s mostiča, ki s pomočjo platinskega senzorja Pt100 pove temperaturo T . Majhen signal z mostiča



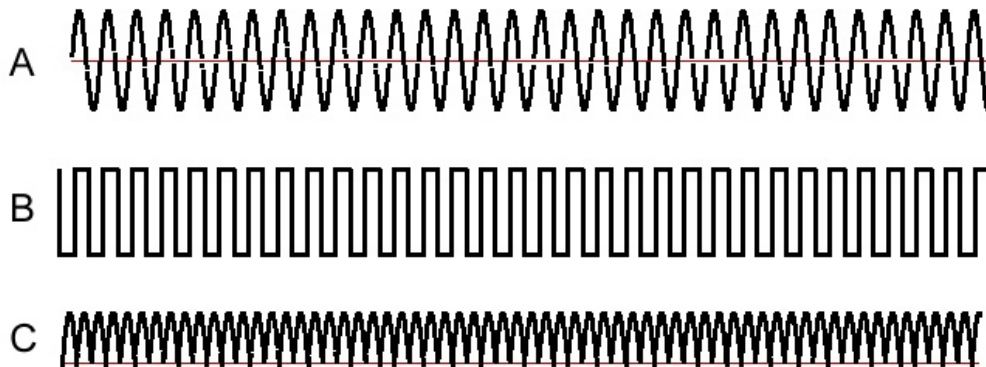
Sl.14.Merilni sistem, kjer uporabljamo za napajanje mostiča izmenično napetost

(3) primerno ojači ojačevalec, ojačeni signal (4) pa vstopa v enoto z ojačenjem 1 ali -1 . Izbira ojačenja je odvisna od kontrolne napetosti (2), ki jo zagotavlja ničelni komparator. Izhodni signal ničelnega komparatorja (2) kaže sl. 16,B. Predznak minus je izbran tedaj, ko je napetost z mostiča negativna. Negativen signal, pomnožen z -1 spremeni negativno polperiodo v pozitivno. Izhodni signal (sl. 16,C) je tako ves čas pozitiven. Po prehodu skozi gladilno enoto

Kaj pa, če priključimo Wheatstoneov most na izmenično napetost, recimo 1 kHz? Tedaj bo tudi most sporočal meritev prek izmenične napetosti. Zdi se, da bi bilo sicer spremenljivo napetost s frekvenco 1 kHz, ki jo daje most pri meritvi, lažje očistiti vseh drugih nihanj kot pa ločiti nihanja s frekvenco do 1 Hz od nihanj s višjimi frekvencami. Filter, ki mu ugaja le eno nihanje, je nihajni krog. Čim boljši je, tem bolj je neobčutljiv za vsa druga nihanja.

Vsak merilni sistem pa bi bil odvisen od temperature okolice. Najprej potrebujemo generator izmenične napetosti za pogon mostu.

dobimo istosmerno napetost, sorazmerno amplitudi izmeničnega signala, dobljenega z mostiča.



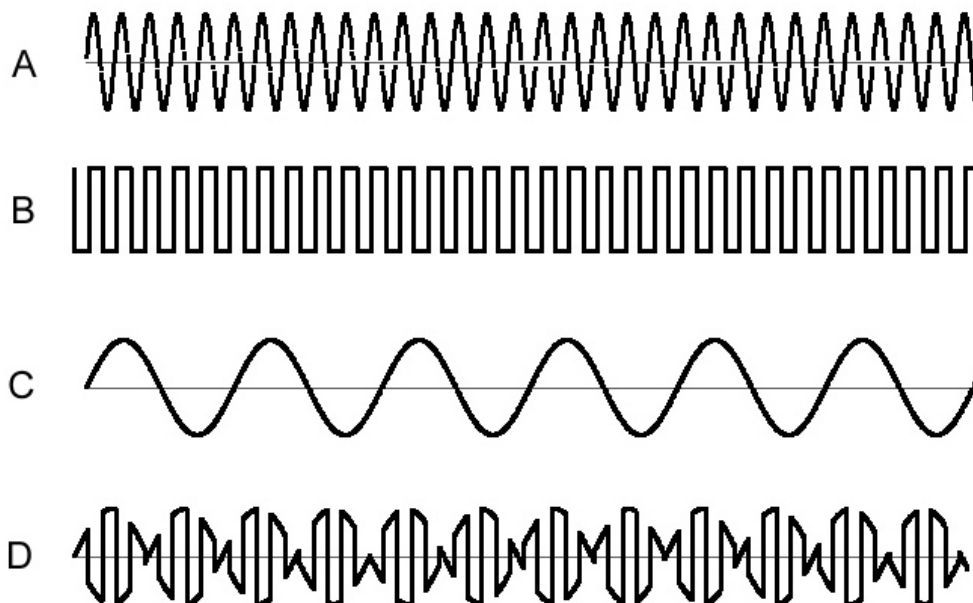
Sl.15. Signali v merilnem sistemu : A) Napetost sgeneratorja sinusa, enaka tudi napetost z mostiča, le manjša in še ojačena petost.

B) Napetost na izhodu komparatorja

C) Absolutna vrednost merjenega signala po prehodu enote za izbiro predznaka

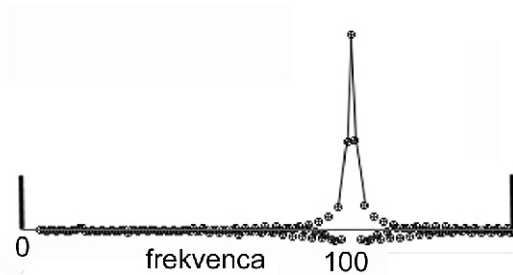
Če se spremeni frekvenca sinusnega generatorja, se spremeni tudi kontrolni signal B. in spet zasučé vse negativne polperiode navzgor. Celoten sistem je torej vedno maksimalno občutljiv za nihanje, ki ga sam generira.

Treba pa je pokazati, da je sistem za nihanja vseh drugih frekvenc neobčutljiv. Pomagala nam bo slika 16., kjer predstavlja A sinusno nihanje, ki napaja mostič. S signalom B izbiramo predznak napetosti C, ki jo želimo izločiti. Izhodno napetost enote kaže slika 16,D.



Sl.16. Tako vidi naš sistem nihanje, ki ga ni generiral sam. Signala A in B enako kot v prejšnji sliki, C pa je signal, ki je po obdelavi izločen

Časovno povprečje tega signala gre proti vrednosti nič, ko daljšamo povprečevalni interval..



Sl.17.. Odziv našega poskusnega sistema na enaka nihanja različnih frekvenc. Zaznavamo le lastno nihanje

Slika 17 kaže, kako vidi naš sistem nihanja različnih frekvenc v primerjavi s svojimi lastnim nihanjem. V našem primeru je bila osnovna frekvenca 100 Hz, povprečili pa smo le prek 30 period. Iz slike razberemo, da vezje oslabi odziva na nihanji s frekvencama 99 in 101 približno na polovico, nihanji s frekvencama 98 in 102 pa že na desetino.

To pa je bila le ilustracija delovanja. Razumna izbira je frekvenca 5 kHz, povprečujemo pa prek 1 sekunde. Tedaj so razmere dosti ugodnejše.

Ni nadležen le šum

Pri majhnih signalih potrebujemo znatno elektronsko ojačenje, da signale sploh izmerimo. Mislimo si, da imamo ojačevalce, ki ojačuje 1000 krat. Signal velikosti 0,1 mV, priključen na vhod, zraste v 100 mV. Zdaj temu ojačevalcu ozemljimo vhodno sponko in sledimo dogajanju na izhodu. Namesto pričakovane izhodne napetosti 0 V se izhodna napetost počasi spreminja: bodisi narašča bodisi pada. Vzrok sprehajanju ničle je ogrevanje aparature. Lastnosti elektronskih elementov so sicer neznatno odvisne od temperature, vendar temperaturna kolebanja elementov na vhodu povzročijo po velikem ojačenju na poti do izhoda %%%

Vendar znaša tipična temperaturna odvisnost pri osnovnih elementih, integriranih vezjih z imenom operacijski ojačevalnikih na vhodu 2 do 5 V na stopinjo, kar se pri ojačenju 1000 potisočeri. To, takoimenovano lezenje, lahko zmanjšamo, če vključimo aparaturo dosti pred meritvijo in počakamo, da se temperatura v aparaturi dobro ustali. Tudi temperatura v laboratoriju naj bo čim bolj stalna.

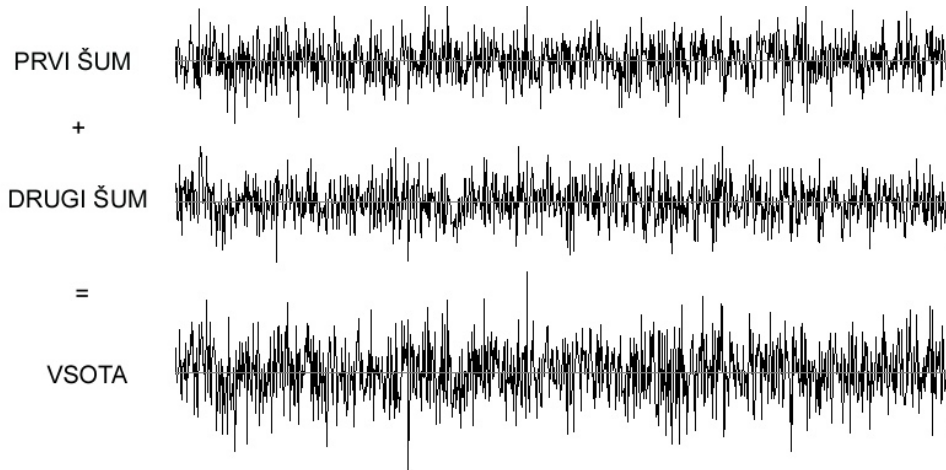
Merilni sistem, ki smo si ga doslej ogledavali (sl.16), je sicer neobčutljiv tudi na lezenje ničle. Istosmerno komponento napetosti namreč usmerja periodično navzgor in navzdol, povprečje takega signala pa je nič. Vendar pa sistem ni uporaben za vse vrste senzorjev. Termočlena ne moremo otipavati z izmenično napetostjo, ampak se moramo zadovoljiti z napetostjo, ki jo daje sam. Ta je majhna, kvečjemu 40 V na vsako stopinjo Kelvina. Če tolikšno napetost ojačujemo z navadnim operacijskim ojačevalnikom, na izhodu ne moremo ločiti temperaturne meritve od temperaturnega lezenja samega sistema.

Moderna elektronska tehnologija nam ponuja takoimenovane čopersko stabilizirane ojačevalce. Tak ojačevalcec na vhodu sam razreže vhodno napetost na koščke, tako da je zdaj merjeni signal izmeničen. Po ojačitvi ga ojačevalcec spet sestavi v gladko istosmerno napetost potem ko se je iznebil istosmerne napetosti, posledice lezenja. Eden od takih ojačevalcev je Intersilov ICL 7600, napravljen že davnega leta 1980 v zlati dobi analgne elektronike. Samo lezenje, povedano na vhodu, je 0,005 V na stopinjo, dolgotrajno lezenje pa je neverjetnih 0,2 V na leto.

Računanje povprečnega poteka

Vzemimo, da je natančnost našega merilnega sistema neoporečna, edino napako prinese le šum. Tedaj lahko s ponavljanjem meritve napako poljubno zmanjšamo. Tako smo prišli do tehnike CAT (Computing of the Average Transient).

Rezultatu naše meritve se doda šum merilnega sistema. Ko meritev ponovimo v

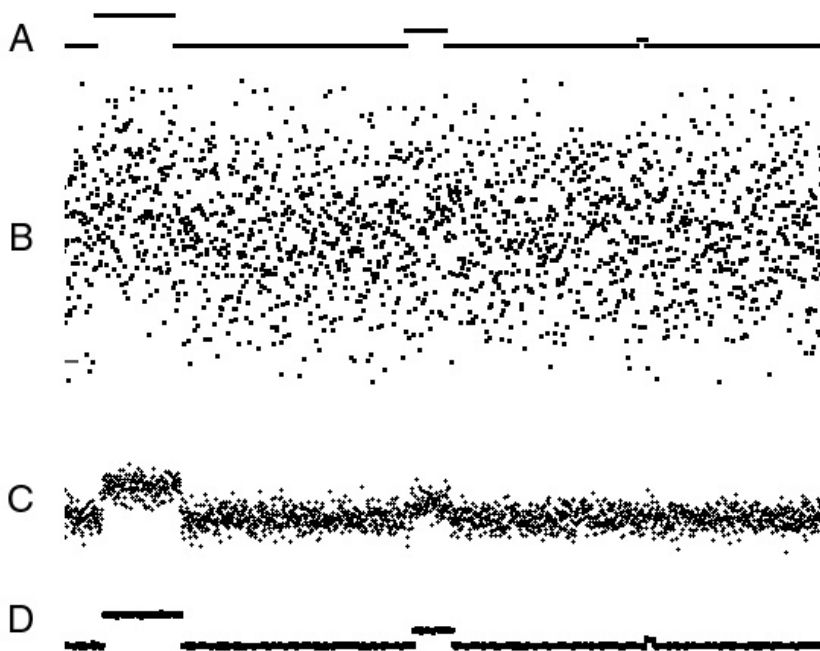


Sl.18. Sešteli smo dva šuma z enako efektivno vrednostjo. Vsota obeh šumov ni dvakrat večja. Marsikje si šuma, ki sta si sicer tuja, po predznakih nasprotujeta.

povsem enakih pogojih in drugi rezultat prištejemo prvemu, dobimo:

$2 \times \text{meritev} + \text{prvi šum} + \text{drugi šum}$.

Vsota obeh meritev podvoji meritev. Pri sestavljanju prvega in drugega šuma velja drugačna matematika. Drugi šum dodan prvemu šumu ne podvoji celotnega šuma ne podvoji.



Sl.19. Izboljšava z uporabo ponavljanja meritve.

A) Rezultat namišljene meritvev idealnih razmerah brez šuma

B) Meritev povsem izgubljena v velikem šumu

C) Meritev ponovljena stokrat, rezultati sešteti in deljeni s sto

D) Po 10000 ponovljenih meritvah šum skoraj odpravljen

Oba šuma sta namreč lahko marsikje ob istem času različnih predznakov. Sestavljanje dveh šumov, ki imata sicer oba enako efektivno vrednost, kaže slika 18.

Račun, ki ga pozna statistika, pokaže da ima vsota šumov pri n ponovitvah le koren \sqrt{n} krat večjo vrednost kot prvotni šum.

Stokrat ponovljena meritev v prisotnosti šuma postoteži merjeno količino, šum pa le podeseteri. Tako se razmerje med signalom in šumom bistveno izboljša. Rezultat prikazuje slika 19.

Na Mesec in nazaj...

Spomnimo se Wheatstoneovega mostiča, ki smo ga napajali z izmenično napetostjo

Tam smo spoznali, da je ugodno, če nam uspe v meritev vtkati čim bolj prepoznaven signal. Tak signal, ki naj se od vseh drugih čim bolj razlikuje, zanesljiveje najdemo.

Zanimivo pa je, da je najboj neponovljiv signal, ki ga sploh lahko najdemo, dovolj dolga poteza šuma. Šum je ustvarjen povsem naključno in skrajno neverjetno je, da bi se enak vzorec dvakrat ponovil.

Se bo torej šum iz sovražnika prelevil v prijatelja? Poskusimo!

Preusmerimo se na digitalni binarni šum. Tak šum bi bil vzorec naključno izbranih zaporednih ničel in enic, recimo kar : 0111010001. Kolikšna je verjetnost, da se ta vzorec desetih znakov ponovi? Račun napoveduje verjetnost nekaj manj od tisočine. Pri zaporedju dvajsetih znakov bo verjetnost le milijonina. Ker pri daljšanju vzorca ni omejitev, lahko ustvarimo praktično neponovljiv signal.

Signal po svoji želji torej imamo. Kako ga prepoznati? Iz sveta teorije se preselimo v naš svet. Janez na vrhu Triglava prižiga reflektor v ritmu ničel in enic izbranega vzorca. Za vsako enico je reflektor sekundo prižgan, za vsako ničlo pa sekundo ugasnjen. Reflektor je usmerjen proti Grintovcu. Tam svetlobne pobleške sprejema Milan in si sproti piše sprejeti vzorec. Vzorec naj vsebuje vsega skupaj 100 znakov

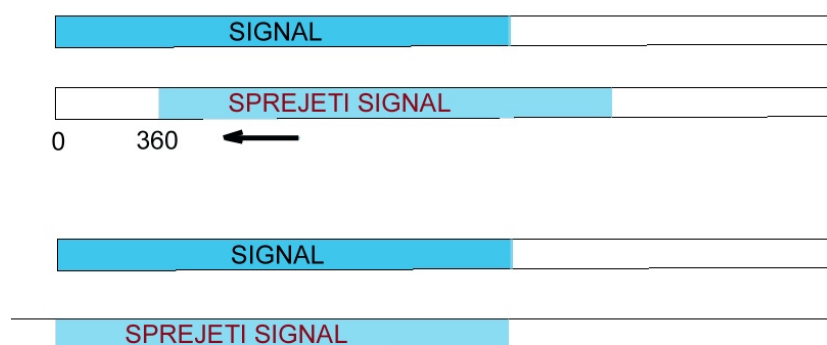
0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	

Sl.20. Oddani signal zgoraj šteje 30 znakov. Sprejeti signal spodaj ima pet napak. Skupno število ujemanj je še vedno 25. Pri povsem uničenem sprejetem signalu bi našteali v povprečju okoli 15 ujemanj. Pri daljših vzorcih nekaj tisoč znakov tudi precej izmaličen sprejeti signal zanesljivo prepoznamo

Primerjajmo oddani in sprejeti vzorec ničel in enic tako da ju postavimo drugega nad drugim in preštejmo, kolikokrat se podatka - 0 ali 1 - v obeh vzorcih ujemata. Če je Milan vse skrbno sprejel, naštejemo 100 ujemanj. Najmanj, okoli 50 ujemanj pa bi našteali, če bi si bila vzorca povsem tuja (sl.20).

Milana na Grintovcu lahko nadomesti ogledalo, ki odbija svetlobo nazaj proti Triglavu. Tako lahko Janez bliske oddaja in jih skoro hkrati po sprehodu do Kočne, tudi sprejema.

Vsa navidez nesmiselna igra pa dobi smisel, če bliske krajšamo, na, vzemimo, mikrosekundo. Reflektor ne zmore tako hitrega prižiganja in ugašanja, nadomesti pa ga lahko laser. Tudi curek laserske svetlobe je ožji kot curek svetlobe iz žarometu. Bliskanje s Triglava pa se vrača z zamudo. Svetlobna hitrost je 300 tisoč kilometrov v sekundi, torej 300 metrov v sekundi. Na razdalji od Triglava in Grintovca in nazaj, zamuja sprejeti signal okoli 360



Sl.20. Zgoraj: poslani signal in nekoliko kasnejesprejeti signal, vendar marsikje spremenjen. Spodaj: sprejeti signal pomikamo korak za korakom proti levi in štejemo ujemanja. Pri premiku za 380 korakov je ujemanje največje. Signal je za dvojno pot porabil torej 380 mikrosekund

mikrosekund. Ujemanja med oddanim in sprejetim vzorcem ni pričakovati. Zdaj pa premikajmo sprejeti vzorec (sl. 21) v levo in štejmo ujemanja. Ko je ujemanje največje, odčitamo, za koliko predalčkov po mikrosekundo smo prejeti signal potisnili v levo. Odčitek pove, da je vzorec potoval toliko mikrosekund in je torej prepotoval 360 krat 300 m. Dvojna razdalja med obema vrhoma je 108 km, torej sta Triglav in Grintovec 54 km narazen.