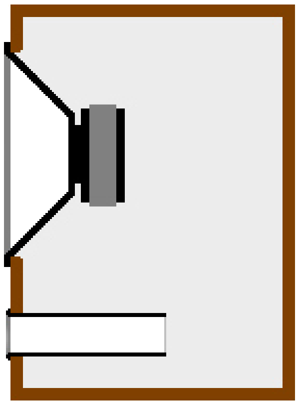
ZVOK IZ STEKLENICE

1.KORAK - MOTIVACIJA in ZAPLET

Motivacija: Lastnosti nizko tonskih (basovskih) zvočnikov izboljšajo tako, da v ohišje zvočnika zvrtajo luknjo in vanjo vstavijo cev določene dolžine (glej spodnjo sliko). Meritve pokažejo, da »doseže« tako predelani zvočnik nižje frekvence kot zvočnik brez cevastega dodatka. Takšna izboljšava lastnosti zvočnikov je znana pod imenom *bass reflex.* V nadaljevanju bomo spoznali, kako cevasti dodatek vpliva na lastno frekvenco resonatorja. Najprej pa poglejmo preprost poskus. (*Zahvaljujem se učitelju, ki me je na delavnici opozoril na to zanimivo uporabo obravnavane teme.)*



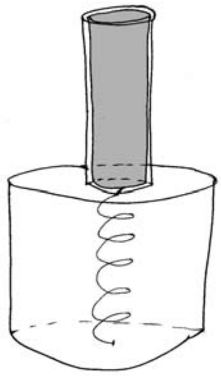
Zaplet: Na podlagi izkušenj in razumevanja fizikalnega ozadja piščali, poskusimo napovedati katera stekleničke bo zapela z višjo osnovno lastno frekvenco.

Poskus pokaže, da je osnovna frekvenca širše (rjave) stekleničke višja, kar je v nasprotju z napovedjo, ki temelji na znanju in izkušnjah z enostavnimi piščalmi. Drug poskus pokaže, da srednja steklenica od olivnega olja poje z najnižjim tonom, kar se prav tako ne ujema s tem, kar napoveduje model piščali.

2. KORAK – ZGODOVINA in IZBOLJŠANI MODEL
Model piščali očitno ni pravilen za steklenočko. O tem je prvi pisal Herman Helmhotz (1821-1894). Helmhotz je raziskoval, kako zaniha zrak v kroglastih kovinskih bučah s cevasto odprtino

vir: http://www.discoverhover.org/infoinstructors/newguides/guide27-resonance.html

Predlagal je naslednji model, ki bolje opiše nihanje zraka v steklenici:



Steklenica je v grobem razdeljena na dva dela: na ozek vrat in na široko telo. Zrak v vratu se obnaša kot togi bat, zrak v telesu steklenice pa se lahko stiska ali razpenja in se zato obnaša kot prožna vzmet. Osnovna lastna frekvenca nihanja v takšni steklenici je tedaj podana (podobno kot pri vzmetnem nihalu) z izrazom $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, kjer je m masa zraka v vratu in k koeficient navidezne vzmeti, ki ga bomo izrazili z znanimi parametri, kot so dimenzije steklenice, zračni tlak in še kaj.

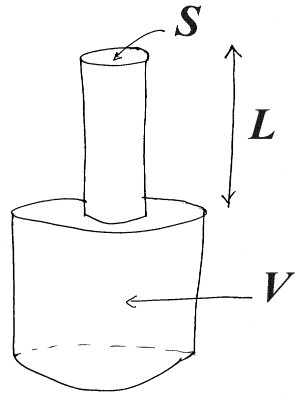
3. KORAK - TEORIJA
Če je nihanje sinusno, sta pospešek in premik povezana z izrazom

$$a = \omega^2 x$$

kjer je ω krožna frekvenca nihanja. Če upoštevamo še drugi Newtonov zakon izvemo, kako sta za sinusno nihanje povezani sila in odmik:

$F = m\omega^2 x$.

Do tu nismo še ničesar rekli o samem nihalu. Če na podlagi razumevanja delovanja nihala uspemo silo in odmik povezati še po drugi poti, ki bo prav tako dala premo sorazmerje, potem lahko iz obeh enačb izrazimo krožno frekvenco nihanja tako, da bo ta odvisna le od lastnosti nihala.
Označimo mere steklenice kot kaže slika.



Masa zraka v vratu steklenice je enaka

$m = \rho SL$

kjer je ρ gostota zraka v steklenici. Če »bat« potisnemo za majhen x v telo steklenice, se prostornina zraka v telesu zmanjša za $V = -xS$. Če (za zdaj) privzamemo, da gre za izotermno spremembo, potem lahko majhno povečanje tlaka v telesu steklenice izračunamo po Boyloveem zakonu:

$p_0 \cdot V = (p_0 + p) \cdot (V - xS)$.

Ko zmnožimo izraza v oklepajih, enačbo uredimo in zanemarimo člen v katerem nastopa produkt dveh majhnih sprememb px , dobimo

$$p = \frac{p_0 Sx}{V}$$

kjer je p_0 zračni tlak v sobi. V resnici je predpostavka o izotermni spremembi napačna. Ko zrak niha z zvočnimi frekvencami, se na posameznem mestu zelo hitro stiska in razpenja. Ker ni dovolj časa, da bi se vzpostavilo temperaturno ravnovesje, se stisnjen zrak segreje, razredčen zrak pa ohladi. Posledica tega dogajanja je, da so amplitude tlaka pri takšnem nihanju večje, kot napoveduje Boylov zakon. Izkaže se, da je treba prejšnjo enačbo pomnožiti še s konstanto (označimo jo s κ) katere vrednost je odvisna od sestave plina,

$$p = \frac{\kappa p_0 Sx}{V}$$

Za zrak je $\kappa = 1{,}4$. Sila na zračni »bat« je torej enaka

$$F = pS = \frac{\kappa p_0 S^2 x}{V} \ ,$$

kar pomeni, da se zrak v steklenici za majhne spremembe prostornine obnaša kot vzmet s koeficientom $k = \frac{\kappa p_0 S^2}{V}$. Če dobro premislimo, se odvisnost ujema s tem, kar bi pričakovali po zdravi pameti: čim večja je prostornina steklenice, tem lažje je stisniti zrak v njej; čim večji je tlak v steklenici, tem težje je zmanjšati njegovo prostornino za določeno vrednost; čim večja je površina bata, tem težje ga je potisniti v steklenico za določen premik. Sila je premo sorazmerna s površino in tlakom, zato je odvisnost od površine »bata« kvadratna.

Če upoštevamo še enačbo iz 3. koraka, lahko zapišemo

$$\frac{\kappa p_0 S^2 x}{V} = \rho S L \omega^2 x$$

od koder sledi

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{S}{LV}} \ .$$

Prvi koren predstavlja hitrost zvoka v zraku

$$c = \sqrt{\frac{\kappa p_0}{\rho}} \ .$$

Izraz pod drugim korenom združuje le geometrijske lastnosti steklenice. Opisani model torej napoveduje, da bo steklenica zapela z osnovno frekvenco $\nu = \omega/(2\pi)$

$$\nu = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{LV}} \ .$$

Takoj se lahko prepričamo, da izraz kvalitativno pravilno napove izid poskusa z dvema stekleničkama, ki smo ga pokazali na začetku. Izraz napove, da bo lastna frekvenca stekleničke sorazmerna s premerom vratu, kar se kvalitativno ujema z opazovanjem (dolžina vratu in prostornina sta pod korenom, zato je odvisnost od teh bolj 'blaga'). Izraz pojasni tudi zakaj srednja steklenica od olivnega olja poje z najnižjim tonom: njena prostornina pod vratom je znatno večja od prostornine ostalih dveh.

4.KORAK - POPRAVEK

Izraz za osnovno lastno frekvenco lahko še izboljšamo, če upoštevamo, da zrak, ki predstavlja nihajoči bat ni omejen zgolj na območje, ki ga določa stekleni vrat, temveč sega še nekoliko ven iz tega območja. To pomeni, da je dolžina nihajočega dela nekoliko večja kot L. Podrobna študija pokaže, da je efektivna dolžina bata enaka $L' = L + 1{,}4\, r$, kjer je r polmer vratu steklenice. Natančnejši izraz za osnovno lastno frekvenco je enak zgornjemu, le da L nadomestimo z L'.

Literatura:

P Gluck, S Ben-Sultan, T Dinur, Resonance in flask and pipes, *Phys. Teach,* **44,** (2006) 10-15.
R P Blickenderfer, The Helmholtz resonator and log-log plots, *Phys. Teach,* (1983) 111-112.
T B Greenslade, Experiments with Helmholtz resonators, *Phys. Teach,* **34** (1996) 228-230.

ZVOK IZ STEKLENICE

1. Izmerite odvisnost osnovne lastne frekvence steklenice od prostornine telesa steklenice (tj. prostornina steklenice brez prostornine vratu). Steklenico vzbujajte z udarjanjem po dnu z gumijastim ali lesenim kladivcem*.

premer vrata steklenice: $2r$ = ...
ploščina preseka vratu: $S = \pi r^2$ = ...
dolžina vrata steklenice: L = ...

Prostornina (l)	f_merjena (Hz)	f_račun (Hz)	f_račun_p(Hz)

2. Zmanjšajte premer vrata steklenice tako, da vanj vstavite plastično cev. Nato ponovite meritev osnovne lastne frekvence pri dveh prostorninah steklenice. Primerjajte izmerjene vrednost z tistimi, ki jih napove račun.

premer vrata steklenice: $2r$ = ...
ploščina preseka vratu: $S = \pi r^2$ = ...
dolžina vrata steklenice: L = ...

3. Vroč zrak ima manjšo gostoto kot hladen zrak. Iz izraza za hitrost zvoka v zraku lahko sklepamo, da bo ta v vročem zraku večja kot v hladnem. Steklenica, ki jo napolnimo z vročim zrakom bi torej morala zapeti z višjim tonom kot, če je v njej hladen zrak. Preverite napoved s poskusom. V primeru, da se izid poskusa kvalitativno ujema z napovedjo, preverite tudi kvantitativno ujemanje izmerjenih in izračunanih vrednosti (namig: računajte razmerja). Hitrost zvoka v steklenici lahko spremenimo tudi tako, da steklenico napolnimo z drugim plinom. Poskus s CO_2 (priročno napravo za pumpanje koles s CO_2 prodajajo v kolesarskih trgovinah) ali z N_2O (plin uporabljajo v napravah za smetano) lepo uspe, saj sta oba plina težja od zraka in med poskusom »čepita« v pokončni steklenici .

***EXCEL** dokument: V dokumentu *helmholtz.xls* je pripravljena tabela za vnos meritev in samodejno računanje pričakovanih frekvenc. Vpisovanje je dovoljeno le v modro označena mesta. Dokument lahko odklenete z geslom 'helmholtz'.