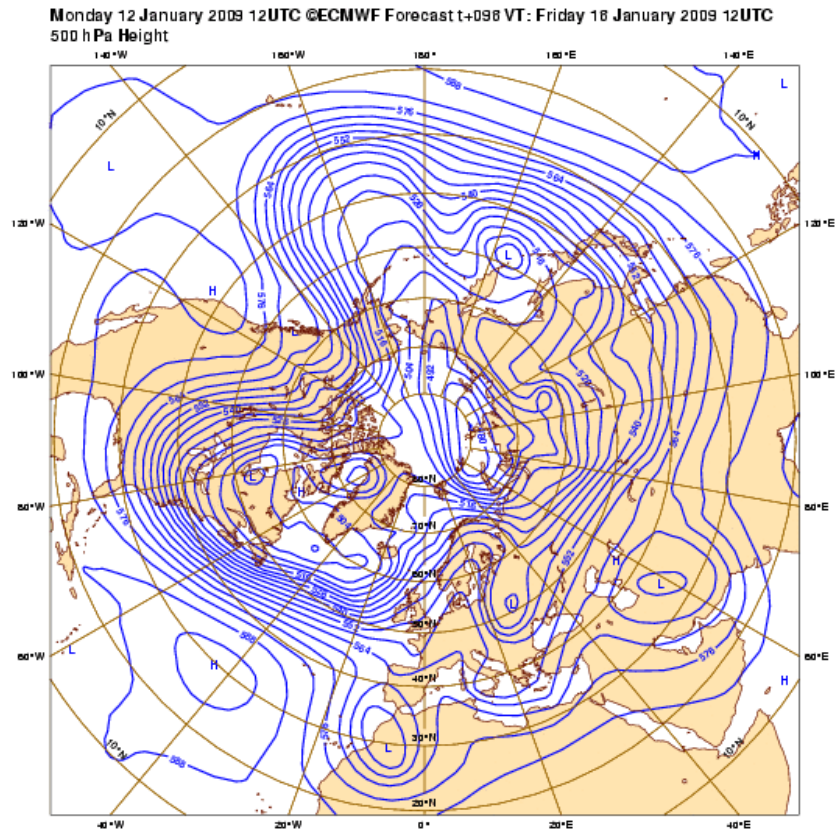


Jože Rakovec

Valovanja v ozračju



predavanje 16. januarja 2009
na UL FMF, Oddelku za fiziko
v okviru stalnega strokovnega izpopolnjevanja učiteljev fizike

1 Uvod

1.1 Dve osnovni frekvenci za transverzalne oscilacije v ozračju

1.2 Nekaj osnovnih tipov transverzalnih valovanj v ozračju

1.2.1 Težnostni valovi

1.2.2 Rossbyjevi valovi ali tudi planetarni valovi

1.2.3 Ekvatorialni valovi

2 Primeri vremensko pomembnih valovanj v ozračju

2.1 Težnostni valovi brez vpliva in z vplivom vrtenja Zemlje

2.1.1 Splošna analitična obravnava za inercialno-težnostne valove

2.1.2 Težnostni valovi brez vpliva vrtenja Zemlje

2.1.2.1 Valovi v zavetrju hribov

2.1.2.2 Povečevanje amplitude in lomljenje valov v ozračju

2.1.2.3 Valovi na meji med toplim in hladnim zrakom

2.1.2.3.1 Valovi na jezeru hladnega zraka

2.1.3 Težnostni valovi na vrteči se Zemlji – inercialno-težnostni valovi

2.2 Rossbyjevi valovi v zmernih geografskih širinah

2.3 Ekvatorialni valovi

2.3.1 Kelvinovi valovi

2.3.2 Ekvatorialni Rossbyjevi valovi z vplivom težnosti

2.3.3 Primeri ekvatorialnih valov

Dodatki

1 Uvod

1.1 Dve osnovni frekvenci za transverzalne oscilacije v ozračju

Dogajanja v ozračju so po vertikali precej drugačna, kot po horizontali:

- Po vertikali sta dve veliki sili: teža in vzgon,
- po horizontali pa so sile za štiri velikostne rede manjše.
- Ob dviganju se zrak adiabatno razpenja in ohlaja, ob spuščanju pa se adiabatno stiska in segreva.
- Razsežnosti po vertikali so okrog 10 km,
- po horizontali pa na tisoče kilometrov.

V ozračju zrak skuša teči nestisljivo. Seveda: saj je ozračje samo navzdol omejeno in ima zato zrak »dovolj prostora, da raje steče vstran, kot da bi se stisnil«.

Izjema je le pri dviganju in spuščanju zraka, ko se tlak prilagaja okolišnjemu tlaku, ki je zgoraj nižji, spodaj pa višji. Ob tem se adiabatno razpenja in ohlaja ob dviganju in stiska in segreva ob spuščanju po stopnji $dT/dz = -g/c_p$.

Pri dviganju in spuščanju je pomembno, v kako toplo okolico pri tem pride. Če se premakne v okolico, ki je od njega toplejša – takrat ga bo **razlika med njegovo težo in vzgonom** silila navzdol, v okolici, ki pa je od njega hladnejša, pa ga bo razlika vzgon-teža silila navzgor. Kaj od tega se zgodi, je odvisno od tega, ali je »tam zgoraj relativno toplo«, ali pa morda »zgoraj relativno hladno – torej od $\partial T/\partial z$.

Razlika med vzgonom in težo na enoto mase po premiku za Δz je:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g &= g \frac{T - T_{ok}}{T_{ok}} \equiv \frac{g}{T_{ok}} \left[\left(T_0 + \frac{dT}{dz} \Delta z \right) - \left(T_0 + \frac{\partial T_{ok}}{\partial z} \Delta z \right) \right] \left(\frac{dT}{dz} \Delta z - \frac{\partial T_{ok}}{\partial z} \Delta z \right) \\ &= \frac{g}{T_{ok}} \left(\frac{dT}{dz} - \frac{\partial T_{ok}}{\partial z} \right) \Delta z \equiv -N^2 \Delta z. \end{aligned}$$

N^2 je osnovna lastna frekvenca za morebitno vertikalno nihanje, poimenovana po Davidu Bruntu in Vilhu Väisäli kot **Brunt-Väisälina krožna frekvenca vertikalnih oscilacij**:

$$N \equiv \sqrt{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}} = \sqrt{\frac{g}{T_{ok}} \left(\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{dT}{dz} \right)}.$$

V stabilnem ozračju, ko je »tam zgoraj« relativno toplo, se deli zraka po morebitnih odmikih vračajo nazaj v ravnovesno lego. Najznačilnejši valovi, ki sledijo iz tega so težnostni valovi v zavetrju hribov.

(Če je N^2 negativen, pa se ne vračajo, temveč se še naprej oddaljujejo – takrat se proži prosta konvekcija navzgor oz. zrak spontano teče navzdol – npr. po pobočjih).

Za vračanja nazaj v prvotno lego po morebitnih odmikih **po horizontali** pa je pomembna **sistemska Coriolisova sila** – na enoto mase je

$$\vec{f}_{Cor} = -2\Omega \sin \varphi \vec{k} \times \vec{v}$$

Njena velikost je

$$fV \quad \text{kjer je } f \equiv 2\Omega \sin \varphi \text{ in } V = |\vec{v}|.$$

Ob horizontalnem gibanju deluje na severni polobli v desno od smeri gibanja, na južni pa v levo.

Zamislimo si majhne odmike o začetne lege, tako da se zrak ne premakne na bistveno drugačno geografsko širino – da ostane torej $f = konst.$ Če se zrak giblje s hitrostjo V , mu Coriolisova sila ves čas povzroča radialni pospešek V^2/R

$$\frac{V^2}{R} = -fV,$$

Zaradi tega pospeška zrak kroži po radiju $R = -V/f$: na severni polobli v desno (na južni pa v levo). Cel krog naredi v času $\tau = |2\pi R/V| = 2\pi/f$. (Če so premiki večji, na bolj oddaljene geografske širine, se ob tem seveda f spremeni. Zaključeno gibanje ni več krog.)

Od tod dobimo osnovno lastno frekvenco ozračja za horizontalne oscilacije:

$$\frac{2\pi}{\tau_{hor}} = f.$$

Najpomembnejša posledica spreminjanja f z geografsko širino v ozračju so Rossbyjevi valovi (v morju pa inercialne oscilacije).

Torej

N je v ozračju osnovna lastna krožna frekvenca za vertikalne oscilacije

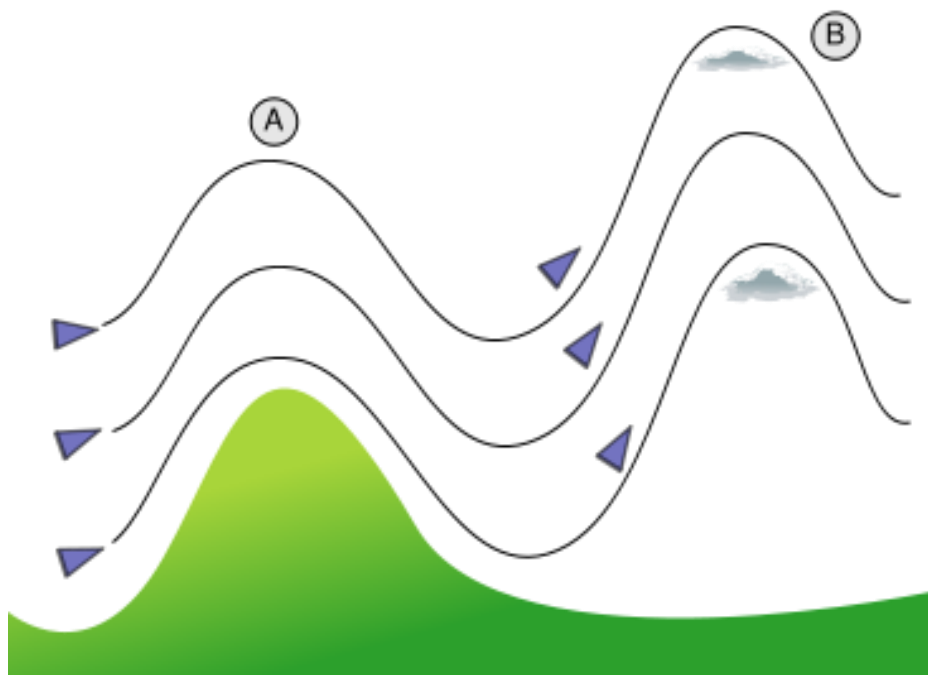
in

f je v ozračju (pa tudi v oceanih) osnovna lastna krožna frekvenca za horizontalne oscilacije.

1.2 Nekaj osnovnih tipov transverzalnih valovanj v ozračju

1.2.1 Težnostni valovi se v ozračju pojavljajo takrat, ko je ozračje hidrostatično stabilno in zato morebitne vertikalne odmike vrača nazaj v prejšnjo lego. Torej je pogoj zanje, da temperatura ozračja ali z višino pada za manj kot pri adiabatnih premikih delov zraka (ko se mu spreminja $dT/dz = -g/c_p$), ali da je temperatura v ozračju morda z višino konstantna (izotermija), ali pa z višino celo narašča (temperaturna inverzija). Pojavljajo se vsakič, ko se zrak v takem ozračju premakne iz svoje začetne lege in se širino naokrog od mesta nastanka, npr. - npr. ob prisilnem dvigu preko gorskega grebena.

http://en.wikipedia.org/wiki/Lee_waves



<http://www.nationmaster.com/encyclopedia/Atmospheric-wave>



1.2.2 Rossbyjevi valovi ali tudi **planetarni** valovi so veliki meandri (nekaj tisoč km) v zahodnikih okrog Zemlje zaradi ohranitve vrtnčnosti.

Kaj je bistvo teh valov? To, da se dogajajo na vrteči se Zemlji, katere kotna hitrost vrtenja je $\Omega = 2\pi/24h$. Na Zemlji pomeni zahteva po ohranitvi vrtilne količine ohranitev »absolutno«, kar pomeni ohranitev skupne vrtilne količine zaradi kroženja, vijuganja itd. po Zemlji sem in tja, ter vrtilne količine zaradi vrtenja Zemlje.

Ko del zraka s tokom zaide od juga na sever, se tam skupaj z Zemljo giblje s kotno hitrostjo Ω po manjšem radiju, kot je krožil prej: zato se mora za »absolutno« ohranitev spremeniti način kroženja ali vijuganja po Zemlji.

Namesto z vrtilno količino delamo v meteorologiji (in na drugih področjih mehanike in kinematike tekočin) z rotorjem hitrosti. Za horizontalni tok $(u, v, 0)$ ima rotor hitrosti samo eno komponento: tisto z vertikalno osjo:

$$\text{rot}(u, v, 0) = \vec{k} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \equiv \vec{k} \zeta.$$

ki ji rečemo vrtnčnost.

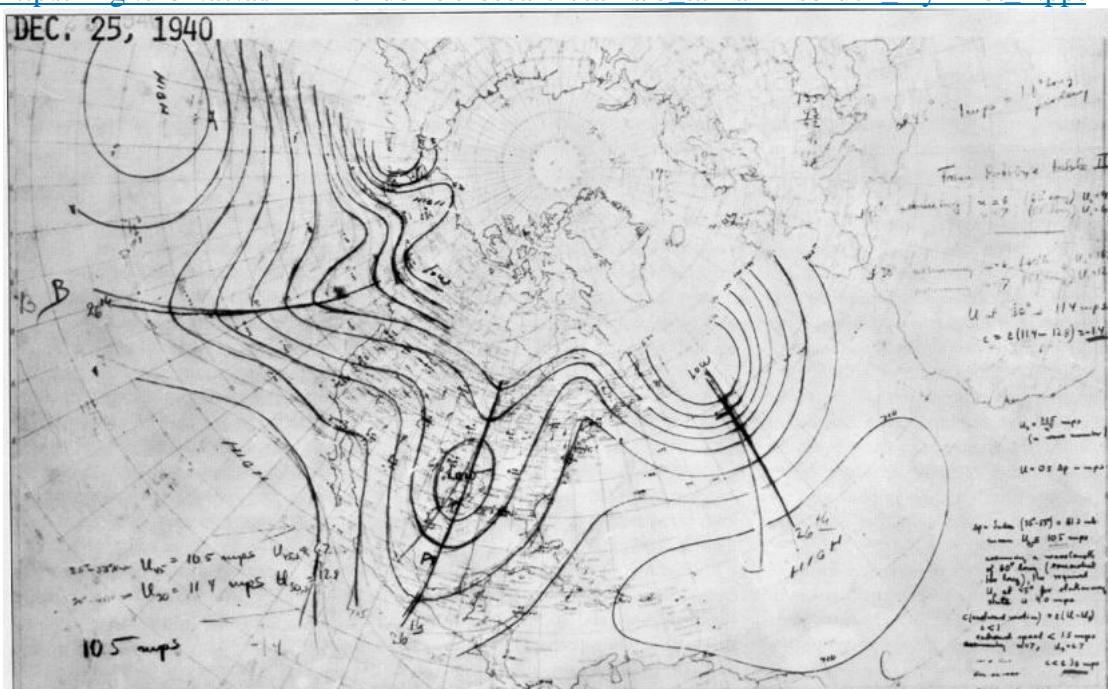
Pri gibanju se ohranja absolutna vrtnčnost: vsota vrtnčnosti zaradi premikanja sem in tja po Zemlji ζ in vrtnčnosti zaradi vrtenja Zemlje $f \equiv 2\Omega \sin \varphi$:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + 2\Omega \sin \varphi = \zeta + f = \text{konst.}$$

Za Rossbyjeve valove je bistveno, da se f spreminja z geografsko širino.

http://tornado.sfsu.edu/Geosciences/classes/m503/m503_Sp07/RossbyWaves/RosbbyWaveMisperunderstood.ppt

http://imgi.uibk.ac.at/MEhrendorfer/research/talks/o_talks/Innsbruck_DynMet_1.ppt



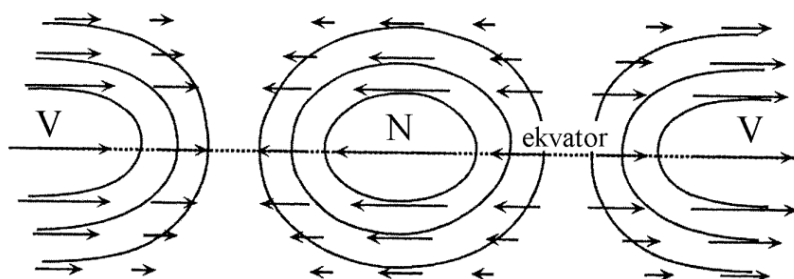
1.2.3 Ekvatorialni valovi

Ob ekvatorju se vreme iz dneva v dan in iz tedna v teden ne spreminja kaj dosti. Vseeno pa se zaradi ekvatorialnih Kelvinovih in ekvatorialnih Rossbyjevih valov včasih pojavlja npr. močnejša oblačnost, ki kipi v višine do vrha troposfere, drugič pa je te oblačnosti manj. Zanje je bistveno, da se na ekvatorju zamenja smer, v katero deluje Coriolisova sila: na severni polobli v desno od smeri gibanja, na južni polobli pa v levo. Ta sila zato v toku proti vzhodu lahko vrača "nazaj" morebitne perturbacije sever-jug, ne pa tudi v toku proti zahodu.

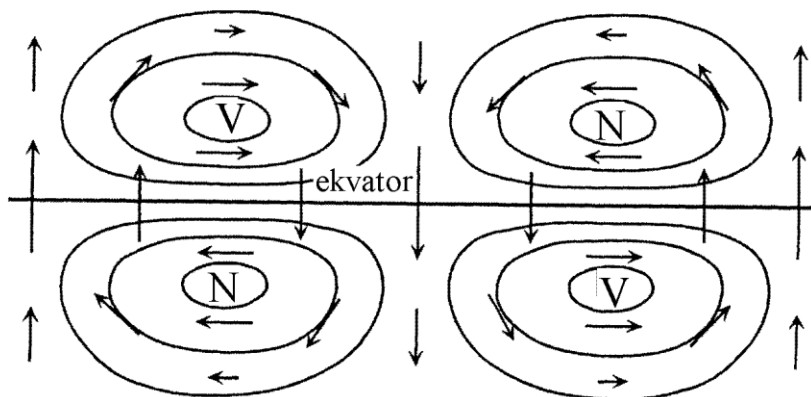
Ekvatorialni Kelvinovi valovi v ozračju se pojavljajo v pasu okrog ekvatorja imajo samo zonalne perturbacije hitrosti, medtem, ko imajo **ekvatorialni Rossbyjevi valovi** tudi perturbacije v smeri sever-jug:

J. R. Holton (2004) in/ali H. Pichler (1997 (po Matsunu 1966 in J.W. Wallacu 1973))

ekvatorialni Kelvinovi valovi



ekvatorialni Rossbyjevi valovi



2 Primeri vremensko pomembnih valovanj v ozračju

2.1 Težnostni valovi brez vpliva in z vplivom vrtenja Zemlje

2.1.1 Splošna analitična obravnava za inercialno-težnostne valove

Dogajanja v ozračju opišemo z najmanj šestimi enačbami za $u=dx/dt$, $v=dy/dt$, $w=dz/dt$, p , ρ in T . V enačbah seveda upoštevamo, da je masni odvod sestavljen iz parcialnega časovnega odvoda in iz adveksijskega dela. Upoštevamo, da se ozračje premika predvsem horizontalno, da je $\vec{V} = (U, V, 0)$ in s tem advekcijo lineariziramo. Seveda je bistveno, da je naš sistem na Zemlji pospešen – ena od posledic je sistemska Coriolisova sila, druga pa, da je teža vsota gravitacije in radialnega pospeška. Predpostavimo hidrostatično ravnotežje, opustimo trenje in druge turbulentne izmenjave, predpostavimo adiabatno dogajanje, uporabimo plinsko enačbo $p = \rho RT$, da se znebimo ene od treh termodinamskih spremenljivk (eliminiramo T). Gostoto, kadar je samo faktor v enačbah obravnavamo kot konstantno, pač pa upoštevamo njeno spreminjanje po višini ter spremembe od adiabatnem razpenjanju ali stiskanju.

Poleg treh gibalnih enačb in kontinuitetne enačbe, ki opisuje spremembe gostote, uporabimo tudi adiabatno energijsko enačbo $dp = \frac{c_p}{c_v} RT d\rho$; v njej je

$$c_z^2 = \frac{c_p}{c_v} RT = \frac{c_p}{c_v} gH = \frac{R}{c_v} \left(\frac{g}{N}\right)^2 \text{ adiabatna notranja hitrost zvoka.}$$

Poleg nje v enačbah nastopajo še drugi »parametri« dogajanja:

- $f \equiv 2\Omega \sin\varphi$ – Coriolisov parameter

- g – specifična sila teže,

- $\frac{1}{H} \equiv -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z}$, $H = \frac{RT}{g}$ – karakteristična globina medija – ozračja v katerem gostota pada z višino; za izotermno ozračje konstanta,

- $N \equiv \sqrt{\frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z}} = \sqrt{\frac{R}{c_p} \frac{g}{H}} =$ – adiabatna Brunt-Väisälina frekvenca vertikalnih oscilacij v ozračju; $\theta = T \left(\frac{p_{00}}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}}$.

Visokofrekvenčne pojave (zvočne valove) zanemarimo v primerjavi z nizkofrekvenčnimi (vremenskimi) pojavi.

Iz teh predpostavk dobimo splošno disperzijsko enačbo, to je zvezo med krožno frekvenco (ali pa fazno hitrostjo) in valovnimi števili. Metodi sta dve: ali iz enačb postopno eliminiramo spremenljivke, ali pa zapišemo pogoj o enolični rešljivosti sistema enačb s tem, da postavimo determinanto koeficientov na nič. Podrobna izpeljava je v Dodatku 4, tu pa navajamo samo rezultat za primer, ko smemo predpostaviti, da je Coriolisov parameter konstanten $f = f_0$. Za Rossbyjeve valove to ne velja, zato jih bomo morali obravnavati posebej. Poudarimo: σ je notranja krožna frekvenca glede na zrak, ki se za primer, ko se ozračje premika s hitrostjo \vec{V} , razlikuje od krožne frekvence ω , kot bi jo zaznal opazovalec nekje na Zemlji. Za opazovalca, ki bi se gibal skupaj z zračnimi masami s hitrostjo \vec{V} , je frekvenca drugačna – tim. »notranja« frekvenca σ :

$$\sigma \equiv \omega - \vec{V} \cdot \vec{\mu}$$

in to je torej frekvenca, ki velja glede na medij. Zato frekvenco velja torej enačba (izpeljava, kot rečeno, v Dodatku 4):

$$\left(m^2 + \frac{1}{4H^2}\right)(\sigma^2 - f_0^2) = (k^2 + l^2)(N^2 - \sigma^2).$$

Ta enačba opisuje lastnosti vseh valov, ki so pomembna v ozračju, razen zvočnih, ki smo jih izločili in Rossbyjevih valov, za katere je bistveno, da Coriolisov parameter ni konstanten, temveč se spreminja z geografsko širino. Člen $1/4H^2$, ki je posledica zmanjševanja gostote z višino, pa igra vlogo »popravka« pri vertikalnem valovnem številu m : npr. za ohranitev masnega toka po vertikali mora biti pri zgoraj, pri nižji gostoti, vertikalna hitrost večja, če naj se tam prenaša enaka masa, kot spodaj, kjer je gostota večja.

Izračunajmo še notranjo krožno frekvenco:

$$\sigma^2 = N^2 \frac{k^2 + l^2}{k^2 + l^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}} + f_0^2 \frac{m^2 + \frac{1}{4H^2}}{k^2 + l^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}}$$

Deli zraka torej valujejo gor-dol s frekvenco N , pa tudi sem-tja s frekvenco f . O tem, kaj prevlada določata »uteži« pri N^2 in pri f_0^2 oz. njuno razmerje. Uteži pa sta obratno sorazmerni s kvadratoma valovnih dolžina po horizontali in po vertikali: $k^2 + l^2 = (2\pi/\lambda_{hor})^2$, $m^2 = (2\pi/\lambda_{vert})^2$:

$$\sigma^2 \propto \frac{N^2}{\lambda_{hor}^2} + \frac{f_0^2}{\lambda_{vert}^2}.$$

2.1.2 Težnostni valovi brez vpliva vrtenja Zemlje

Če zanemarimo vpliv vrtenja Zemlje ($f_0 = 0$; to je dopustno pri pojavih, katerih prostorske dimenzije so manjše od okrog 100 km), ostane od splošne disperzijske enačbe samo:

$$m^2 + \frac{1}{4H^2} = \frac{N^2 - \sigma^2}{\sigma^2} (k^2 + l^2).$$

Izračunajmo notranjo frekvenco σ !

$$\sigma^2 = N^2 \frac{k^2 + l^2}{k^2 + l^2 + m^2 + \frac{1}{4H^2}}.$$

Za prvi občutek vzamemo primer kratkih valov (glede na "globino" ozračja), ko je $k^2 + l^2 \gg m^2 + \frac{1}{4H^2}$; tedaj se števec in imenovalac ulomka približno okrajšata in ostane

$$\sigma \approx N = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \approx 0,01 \text{ Hz}.$$

Taki valovi so vzgonski valovi v ozračju, v katerem se gostote pada z višino in v katerem se zrak ob adiabatnem dviganju razpenja in ohlaja, pri spuščanju pa stiska in segreva po stopnji $\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p}$.

Kaj pa grupna hitrost, ki prenaša energijo? Ta je za čiste težnostne valove točno pravokotna na fazno hitrost. Za $m=k$ velja:

$$c_{xg,not} = \left(m^2 + \frac{1}{4H^2}\right) c_{x,not}, \quad c_{zg,not} = -m\sqrt{k^2 + l^2} c_{x,not}.$$

To pomeni, da če gredo valovi »naprej in navzgor«: $k, l > 0$ in $m > 0$, gre energija »naprej in navzdol«, če pa gredo valovi »naprej in navzdol«: $k, l > 0$ in $m < 0$, pa gre energija »naprej in navzgor«!

Pojav opazujemo npr. v zavetrju hribov, ali pa ob tem, ko morda konvekcija prodre tudi v kako stabilno plast – npr. v spodnjo stratosfero, ali pa obratno – da fluktuacije zaradi težnostnih valov sprožijo konvekcijo. Pojav lahko vpliva tudi na vrednosti osnovnih meteoroloških spremenljivk.

http://sl.wikipedia.org/wiki/Altokumulus_lenticularis



http://en.wikipedia.org/wiki/Altostratus_cloud

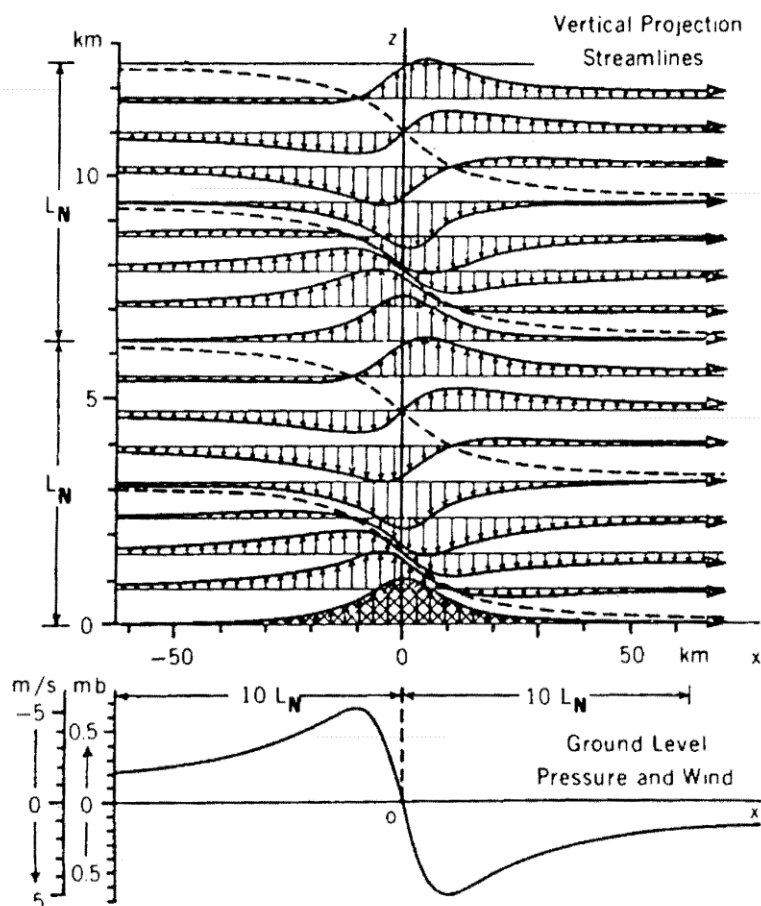


2.1.2.1 Valovi v zavetrju hribov

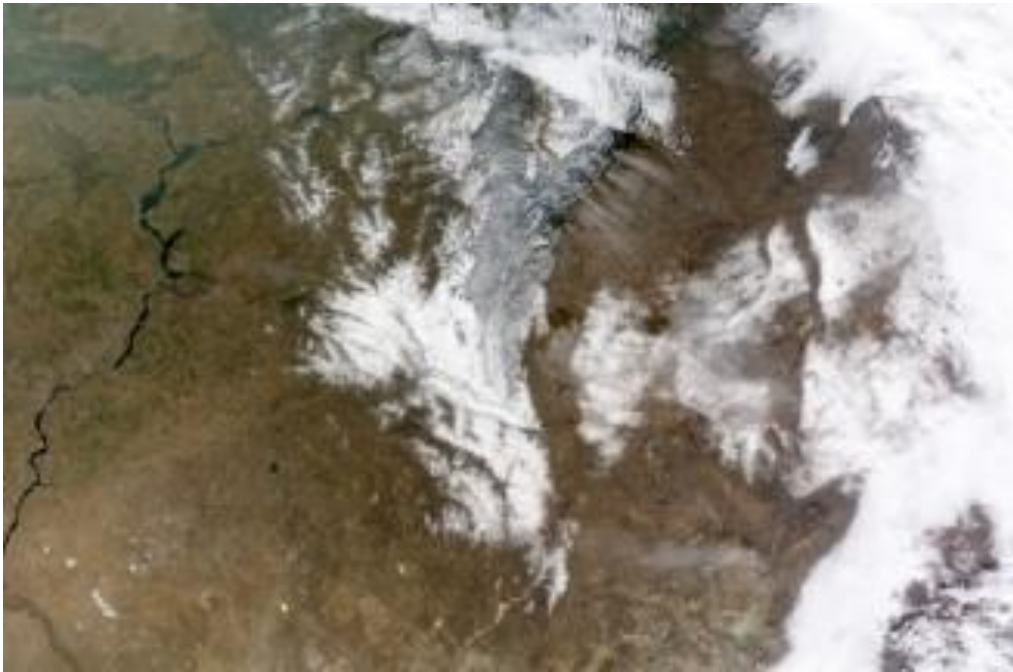
Kot tok pride do gorskega grebena, se mora, kadar je greben dolg, dvigniti čezenj. Ob dvigu pa se zrak adiabatno ohlaja. Ob stabilni stratifikaciji ozračja (ko je zgoraj relativno toplo, spodaj pa relativno hladno: $\frac{\partial T}{\partial z} < -10K/km$ je zato zrak, ko se dvigne, »tam zgoraj« hladnejši od okolice in razlika med težo in vzgonom ga porine nazaj dol. Ko se spušča se adiabatno segreva, zato je »tam spodaj« toplejši od okolice in razlika med vzgonom in težo ga porine spet navzgor – itd. Zgoraj, kjer je zrak hladen, lahko pride do kondenzacije, tudi če je spodaj morda ni: vsaj v vrhovih valov so zato pogosto oblaki – vidni znak valovanja.

Po navadi je z višino faza »nagnjena nazaj«. Ta primer tudi nazorno povem kaj pomeni »valovi se širijo tudi po vertikali«: to, da je nad tistim mestom, kjer imamo pri tleh greben, na neki višini dolina (izmenjavanje dolin in grebenov po vertikali)! Ko je faza nagnjena nazaj, se energija prenaša navzgor.

P. Queney, 1948



<http://earthobservatory.nasa.gov/IOTD/view.php?id=35963>



2.1.2.2 Povečevanje amplitude in lomljenje valov v ozračju

V toku zraka preko hribov imamo lahko po višini različne razmere glede vetra in temperature. Ob primernih pogojih glede $\partial T/\partial z$ in $\partial u/\partial z$ se lahko amplituda valov močno povečuje – to je lahko vzrok za viharne vetrove ob vznožju hribov: npr. ob Karavanškem fenu in ob burji (ali pa v Boulderju po Rockies).

Valovi se lahko širijo tudi v stratosfero in tam imajo lahko tudi zelo veliko amplitudo. To so pogoji za doseg rekorda v višini jadralnega letenje (seveda z masko, posebno obleko, kjer se lahko »napihnejo hlačnice, z ogrevanjem...).

<http://www.ucar.edu/communications/staffnotes/9411/kuettner.html>



One of Joach's Kuettner glider flights in Germany during the 1930s gave him more than he bargained for. To research how high gliders might be able to soar, Joach decided to ride a huge wave cloud in a small open glider. Joach knew he had to end the experiment when oxygen deprivation went to work: he began seeing two suns, could not feel his feet anymore, and noticed that his fingernails had turned blue (the temperature was around -45 degrees C). Joach made his escape by flying alongside the wave cloud, eventually landing at a Polish village far from his departure point. A check of the thermobarograph attached to the wing of the glider revealed that Joach had reached around 7,000 meters--a world record, though not officially submitted as such.

(Joach and his team put together a proposal for the first suborbital flight, which eventually became the Mercury project. Some 2000 reporters witnessed the successful launch of Alan Shepard in his space capsule at Cape Canaveral, Florida, on 5 May 1961. In Joach's words, "Everything went perfectly." Soon afterward, President Kennedy agreed to support flying a human to the moon, Congress accepted it, and voila--the Apollo project was born.)

<http://en.wikipedia.org/wiki/Gliding>

Mountain wave was used to set the current altitude record of 50,699 feet (15,453 m) on August 29, 2006 over El Calafate, Argentina. The pilots were Steve Fossett and Einar Enevoldson, who were wearing pressure suits.^[19]



Včasih se amplitude tako povečajo, da se valovi začnejo lomiti, prevračati po Kelvinovo in Helmholtzovo. Kdaj se to zgodi, bomo razložili v naslednjem podpoglavju.

<http://www-frd.fsl.noaa.gov/mab/scatcat/>



2.1.2.3 Valovi na meji med toplim in hladnim zrakom

Pojav je analogen valovanju goste vode pod redkim zrakom – valovom na morju. Pri tem pojavu moramo obravnavati tudi robne pogoje: da meja zraka nad vodo valuje enako kot valuje meja vode proti zraku. Ker se valovom ob kaki meji reče Kelvinovi valovi in ker je to nestabilnost na meji dveh tekočin raziskal Helmholtz, so to Kelvin-Helmholtzovi valovi, ki se lomijo, prevračajo – podobno kot morski valovi, ko dosežejo plitvo obalno vodo.

Ob uporabi mejnih pogojev pridemo do enačbe za fazno hitrost površinskih valov, v kateri nastopa kvadratni koren »diskriminante«. Dokler je ta diskriminanta pozitivna je fazna hitrost realna (valovi), če pa postane negativna, pa dobimo imaginarno rešitev – nestabilnost valovanja meje.

Kritična valovna dolžina, ko se začne nestabilnost je:

$$\lambda_{krit} = \frac{2\pi\rho_1\rho_2(u_2-u_1)^2}{g(\rho_1^2-\rho_2^2)}.$$

Valovi se začnejo »prevračati«, ko je zgoraj veter dovolj močan:

$$(u_2 - u_1)^2 > g \frac{(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2\pi\rho_1\rho_2} \lambda.$$

2.1.2.3.1 Valovi na jezeru hladnega zraka

S tem se je veliko ukvarjal moj profesor Zdravko Petkovšek. Ko so kotline napolnjene s hladnim zrakom je pogosto nad njimi zrak občutno toplejši. Torej imamo opraviti z dvema tekočinama: mrzlo in gosto spodaj ter toplejšo in zato redkejšo zgoraj. Na meja med njima lahko valovi – podobno kot valovi meja med morjem in zrakom. Ta valovanja so torej podobna valovanjem vode, ki jih poganja veter. Zgoraj nad jezerom hladnega zraka lahko piha tudi močan veter, kar vpliva na valove meje, spodaj pa je lahko tudi popolno brezvetrje.

ANIMACIJA1 – film Z. Petkovška o valovanju na zgornji meji meglene jezera hladnega zraka posnetek 11: valovanje megle v Ljubljanski kotlini – snemano 9. januarja 1971 s Krvavca. Posnetki s »časovno lupo« so približno 30 do 40-krat hitrejši, kot v naravi.

Poženi datoteko »megla s Krvavca 9 jan 1970.avi« (npr. z Windows Media Player)

2.1.3 Težnostni valovi na vrteči se Zemlji – inercialno-težnostni valovi

Kadar so valovi počasni (nizka frekvenca) in po horizontali sorazmerno dolgi glede na vertikalno valovno dolžino ($\lambda_h \gg \lambda_v$ oz. $k^2 + l^2 \ll m^2$) je vpliv vrtenja Zemlje lahko znaten. Zanje torej velja začetna enačba:

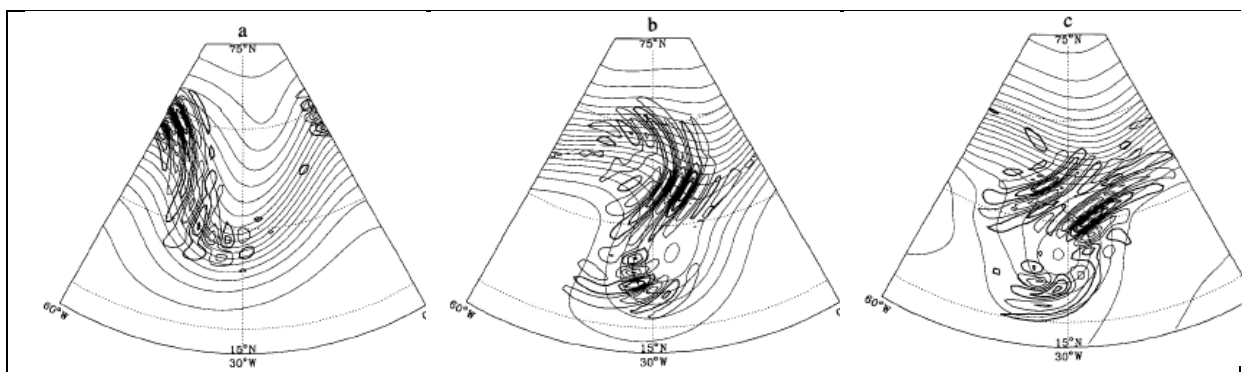
$$m^2 = \frac{N^2 - \sigma^2}{\sigma^2 - f_0^2} (k^2 + l^2) - \frac{1}{4H^2}.$$

Kor smo že zapisali, je krožna frekvenca:

$$\sigma^2 \propto \frac{N^2}{\lambda_{hor}^2} + \frac{f_0^2}{\lambda_{vert}^2}$$

Pokaže se, da je valovna dolžina sem-tja dosti večja od valovne dolžine gor-dol, kajti nagib ploskev, po kateri nihajo deli zraka, je pri valovanjih v skali vremenskih dogajanj (reda velikosti 1000 km) zelo majhen – pod 1° . To je po svoje razumljivo: ozračje je po horizontalni zelo razsežno v primerjavi z razsežnostjo po vertikali.

Pojav spremlja npr. tvorbo jet-streamov in odcepitve posameznih vrtincev iz glavnega toka zraka okrog Zemlje.



Donal O'sullivan and Timothy J. Dunkerton: Generation of Inertia–Gravity Waves in a Simulated Life Cycle of Baroclinic Instability. *JAS* 52 (1995), 3695–3716.

FIG. 8. (a–c) Pattern of horizontal velocity divergence (with high-pass spatial filter, each plot normalized by its maximum amplitude) and (d–f) normalized intrinsic frequency $\hat{\omega}/f$ of IGWs at 130 mb on day 9.5 (a, d), day 11 (b, e), and day 12.5 (c, f). Isoleths of geopotential superposed as thin contours, indicating the location of jetstream and cutoff low. Contours of filtered normalized divergence should not be confused with wave amplitude, which is much smaller at early times.

ali pa sunkovitost burje:

Danijel Belušič, Mark Žagar Žagar and Branko Grisogono

Numerical simulation of pulsations in the Bora wind *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 133: 1371–1388 (2007)

ANIMACIJA2 dogajanja po rezultatih numeričnega modela: dogajanja v toku burje v preseku E-W čez Senj v modelu COAMPS, horizontalna ločljivost 333m, frekvenca slik je pa 1 na minuto realnega časa. Periode gravitacijskih valov so 6-8 minut, kdaj lahko tudi 10 minut.

Horizontalna slika: hitrost (v barvah, v m/s) in relief (izolinije)

Poženi datoteko »1a burja horiz hitrost_barve in relief_izolinije.avi«
(npr. z Windows Media Player)

Vertikalni presek: hitrost (v barvah in z izolinijami, v m/s)

Poženi datoteko »1b burja sunki hitrost_barve in izolinije.avi«
(npr. z Windows Media Player)

Vertikalni presek: hitrost (v barvah, v m/s) in potencialna temperatura θ (izolinije)

Poženi datoteko »1c burja hitrost_barve in Theta_izolinije.avi«
(npr. z Windows Media Player)

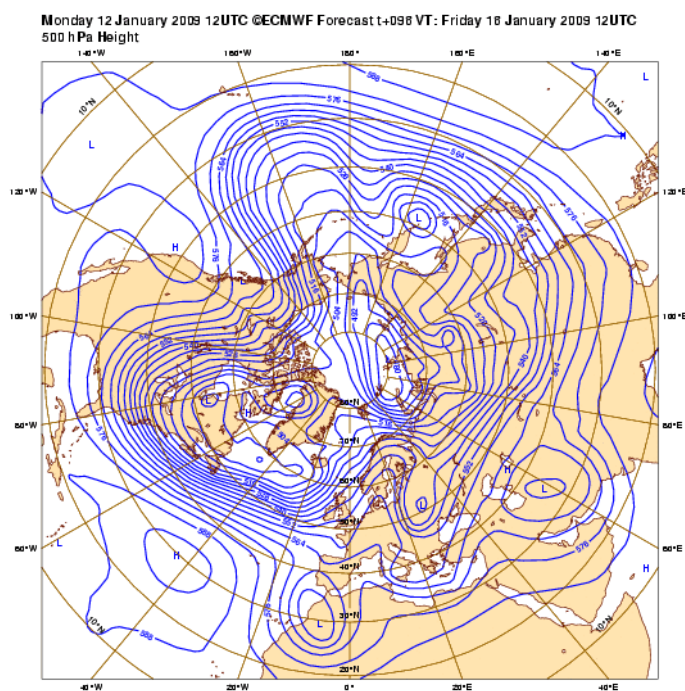
2.2 Rossbyjevi valovi v zmernih geografskih širinah

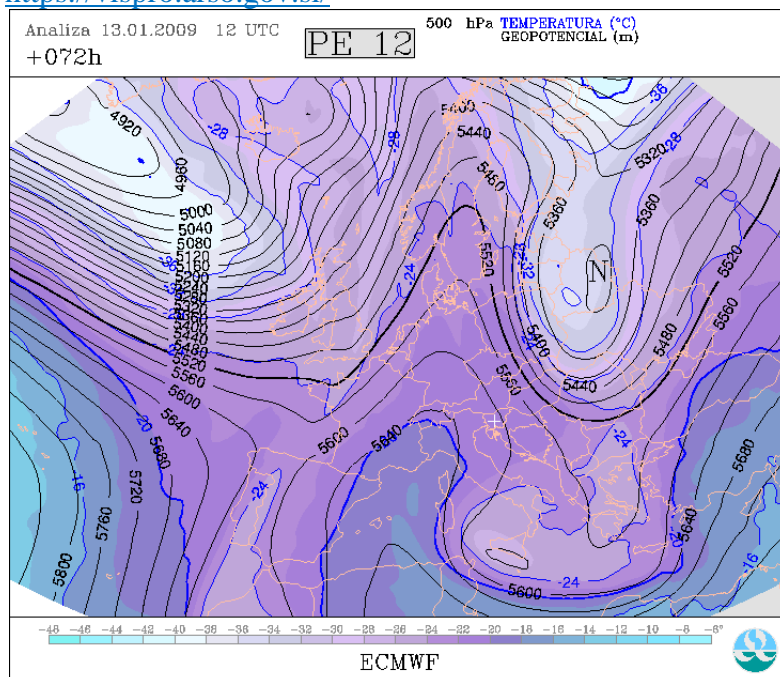
Začnimo z Rossbyjevimi valovi v zahodnikih, ki so glavni dejavnik vremena v zmernih geografskih širinah torej pri nas.

Na spletni strani Evropskega centra za srednjeročno napoved vremena ECMWF

http://www.ecmwf.int/products/forecasts/d/charts/medium/deterministic/msl_uv850_z500!Geopotential%20500%20hPa!72!North%20hemisphere!pop!od!oper!public_plots!2009010700!/ si je moč ogledati obliko Rossbyjevih valov za več zaporednih dni.

Tako si vsak sam pripravi **ANIMACIJO3** npr. dvajsetih zaporednih 500-mbar kart za aktualno dogajanje, npr. za enteden. Za nek dan ob neki uri je primer takle:





Maksimum ima amplituda Rossbyjevih valov pri nekako 45° g.š., ob ekvatorju in ob polu pa jih ni. Okrog Zemlje je nekako 4-6 valov, kar pomeni, da je njihova valovna dolžina v smeri x okrog 4000 km. Valovno število $k = \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{2\pi}{4000 \text{ km}} \approx 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1}$.

Ker ne potujejo vedno točno v zonalni smeri, je za sinoptične vremenske tvorbe tudi $l \neq 0$ in je $l \sim k$, pri čemer pa je na splošno $k > l$.

»Širijo¹« se tudi vertikalno: maksimalne amplitude so po navadi na 500 mbar (na približno 5,5 km višine), medtem ko je na 100 mbar (približno 16 km višine) tok velikokrat že zelo gladek – torej pol vertikalne valovne dolžine na okrog 10 ali 20 km oz. ena valovna dolžina na 20 ali 40 km – torej je vertikalna valovna dolžina okrog 200 do 400-krat krajša od zonalne. V nadaljevanju pa se z »širjenjem« Rossbyjevih valov po vertikali ne bomo ukvarjali (čeprav to ne pomeni, da širjenje po vertikali ni važno!).

Kaj je bistvo teh valov, smo povedali že v uvodu: ohranitev absolutne vrtinčnosti!

Pri gibanju se torej ohranja vsota vrtinčnosti glede na Zemljo ζ in vrtinčnosti vrtenja Zemlje $f = 2\Omega \sin \varphi$.

Ker Rossbyjevi valovi niso stacionarni, temveč se po Zemlji premikajo, nad neke kraje včasih pride greben vala, drugič pa dolina vala. In ob tem včasih priteka v te kraje tok hladnega zraka od severa, drugič pa imamo dotok toplega zraka od juga. Pri nas se, po empiričnih raziskavah z Petkovška o zamenjavah toplih in hladnih zračnih mas raziskavah, to dogaja v povprečju s periodo okrog pet dni. Seveda samo v povprečju: kadar se Rossbyjevi valovi premikajo počasi, se dalj časa vzdržuje tok zraka iz iste smeri. Kadar pa se Rossbyjevi valovi premikajo hitro, pa si npr. prodori hladnega zraka od severa na jug lahko sledijo tudi na vsaka

¹ Pojem širjenja po vertikali ne pomeni, da se valovi v ti dve smeri nujni tudi res premikajo: to bolj pomeni, da se po višini nad nekim mesto izmenjujejo maksimumi in minimumi.

dva ali tri dni. To – Rossbyjevi valovi – je bistvo spremenljivosti vremena v zmernih geografskih širinah.

Ko smo Rossbyjeve valove fenomenološko že precej spoznali, se jih lotimo analitično in se ob tem hkrati »naučimo« uporabe valovnega nastavka, s katero obravnavamo tudi druga valovanja v ozračju!

Pri Rossbyjevih valovih se ohranja absolutna vrtinčnost $\zeta + f$:

$$\frac{d}{dt}(\zeta + f) = 0.$$

Z uporabo valovnega nastavka (glej Dodatek 5.) dobimo:

$$(\omega - Uk) = \sigma = \frac{-k\beta}{(k^2 + l^2)}.$$

Notranja frekvenca σ je torej

$$\sigma = \frac{-k\beta}{(k^2 + l^2)},$$

frekvenca za opazovanje glede na Zemljo pa:

$$\omega = Uk - \frac{k\beta}{(k^2 + l^2)}.$$

Notranja fazna hitrost je

$$c_{x,not} = \frac{\sigma}{k} = -\frac{\beta}{(k^2 + l^2)}$$

$$c_{y,not} = \frac{\sigma}{l} = -\frac{k}{l} \frac{\beta}{(k^2 + l^2)}.$$

Ker je l po navadi manjši od k , lahko pri zonalni fazni hitrosti l^2 zanemarimo v primerjavi s k^2 in dobimo za zonalno komponento:

$$c_{x,not} \approx -\frac{\beta}{k^2}.$$

Za 4000 km dolge valove je $k = 1,6 \cdot 10^{-6} m^{-1}$ in ko izračunamo njeno vrednost, dobimo $c_{x,not} \approx -8 \frac{m}{s}$.

Ozračje pa se v zmernih geografskih širinah giblje priti vzhodu. In od tega, kaj je večje: U ali $\frac{\beta}{(k^2 + l^2)}$ je odvisno, v kateri smer je zonalna fazna hitrost glede na Zemljo, ki je pomembna za vreme:

$$c_x = \frac{\omega}{k} = U - \frac{\beta}{(k^2 + l^2)} \approx U - \frac{\beta}{k^2}.$$

Vrednost

$$U = \frac{\beta}{k_s^2},$$

pri kateri valovi stacionirajo, je pri hitrosti $U = 10 m/s$ pri valovni dolžini okrog 5000 km.

Za kratke valove, ki so počasni (veliko valovno število k in s tem majhna fazna hitrost »nazaj«), prevlada »zanašanje« s splošnim tokom U proti vzhodu, zelo dolgi valovi pa imajo večjo hitrost, ki prevlada nad tokom in ti potujejo priti zahodu. Mejo določa $c_x = U$.

Po navadi so »zelo kratke« tiste doline v valovih, ki so povezane z močnimi ohladitvami ob hladni fronti. Zato meteorologi ob takih prilikah rečejo: »čez dan nas bo hitro prešla hladna fronta z močnimi ohladitvami«.

Poleti, kadar je nad nami greben azorskega anticiklona, katerega valovna dolžina je okrog 5000 km, pa tak greben stacionira: vreme je nespremenjeno lahko tudi dva ali tri tedne. K nam v zahodnem delu grebenu z jugozahodnikom počasi doteka vroč zrak iz saharskih subtropov. To so tim. »pasji dnevi«.

Kaj pa grupna hitrost, s katero se prenaša energija?

$$c_{gx,not} = \frac{\partial \sigma}{\partial k} = \frac{\beta(k^2 - l^2)}{(k^2 + l^2)^2},$$

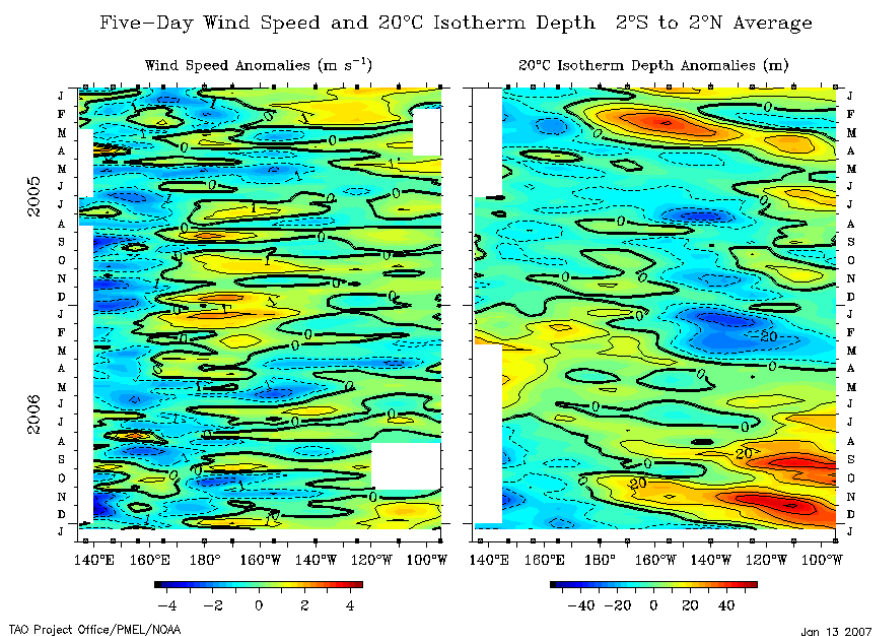
$$c_{gy,not} = \frac{\partial \sigma}{\partial l} = \frac{2kl\beta}{(k^2 + l^2)^2}.$$

Grupna hitrost pa ima obe komponenti pozitivni (ker je $k > l$), torej se glede na zrak energija širi proti vzhodu. Ko prištejemo še hitrost samega ozračja, to pove, da se tudi glede na Zemljo z Rossbyjevimi valovi energija vedno prenaša predvsem od zahoda proti vzhodu, pa tudi nove perturbacije se pojavljajo vzhodno od že obstoječih.

2.3 Ekvatorialni valovi

Ekvatorialni valovi so vzrok, da se vreme v tropih nekoliko spreminja: v nekaj manj kot dveh mesecih se izmenjata obdobji z več ali manj konvekcije:

http://en.wikipedia.org/wiki/Kelvin_wave



2.3.1 Kelvinovi valovi

Kelvinovo valovanje imenujemo tisto valovanje, na katerega vpliva meja, rob območja; za vodo npr. stene vodnega kanala, morska obala in podobno.

Za ozračje je v zmernih geografskih širinah Kelvinov val tisti, pri katerem delovanje Coriolisove systemske sile zaradi vrtenja Zemlje omejuje kak fizični rob, npr. gorovje. Kelvinov val ni disperziven, kajti njegova frekvenca je neodvisna od valovne dolžine oz. od valovnega števila. Zato je tudi grupna hitrost enaka fazni hitrosti: valovi ohranjajo oblike, ko potujejo skozi prostor, energija valovanja se širi v isto smer, kot potujejo valovi.

(V oceanih Kelvinovi valovi vedno potujejo tako, da je na severni polobli obala na desni oz. na južni polobli na levi, gledajoč v smeri razširjanja valovanja.)

Pri Kelvinovih valovih se zračni deli valujejo samo v smeri vzhod – torej je amplituda $\hat{v} = 0$. Zato pri enačbah iz Dodatka 6. upoštevamo po horizontali samo zonalno valovno premikanje zračnih masa:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ \beta y u + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{w}{2H} &= 0, \\ N^2 w + \frac{1}{\rho_0} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{p}{2H} \right] &= 0. \end{aligned}$$

Valovni nastavek nam da:

$$\begin{aligned} -i\sigma\hat{u} + \frac{ik}{\rho_0}\hat{p} &= 0, \\ \beta y\hat{u} + \frac{il}{\rho_0}\hat{p} &= 0, \\ ik\hat{u} + \left(im - \frac{1}{2H}\right)\hat{w} &= 0, \\ N^2\hat{w} + \frac{1}{\rho_0}(-i\sigma)\left(im + \frac{1}{H}\right)\hat{p} &= 0. \end{aligned}$$

Iz prve enačbe vidimo, da sta \hat{p} in \hat{u} premo sorazmerna:

$$\hat{p} = \frac{\rho_0\sigma}{k}\hat{u}.$$

To med drugim pomeni, da sta v fazi: kjer je povišan tlak, tam je tok na vzhod, kjer je znižan, pa na zahod.

Če iz prvih dveh enačb eliminiramo p tako da prvo odvajamo po y in drugo pa po y , dobimo enačbo za odvisnost od y :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{du}{dt}\right) = \beta y \frac{\partial u}{\partial x},$$

ki z valovnim nastavkom preide v:

$$-i\sigma\frac{\partial\hat{u}}{\partial y} = \beta y ik\hat{u}, \quad \text{ali} \quad \frac{\partial\hat{u}}{\hat{u}} = -\frac{\beta k}{\sigma}y\partial y,$$

kar pove, kako amplituda upada z razdaljo od ekvatorja:

$$\hat{u}(y) = \hat{u}_0 e^{-\frac{k\beta y^2}{2\sigma}};$$

Karakteristična širina pasu vzdolž ekvatorja, v katerem so valovi, je torej $L_K = \sqrt{\frac{2\sigma}{k\beta}}$.

Torej gre za neke vrste »kanal« in zato so ti valovi Kelvinovi, omejeni na območje $\pm L_K$.

Če uporabimo prvo, tretjo in četrto enačbo:

$$\begin{aligned} -i\sigma\hat{u} + \frac{ik}{\rho_0}\hat{p} &= 0, \\ ik\hat{u} + \left(im - \frac{1}{H}\right)\hat{w} &= 0, \\ N^2\hat{w} + \frac{1}{\rho_0}(-i\sigma)\left(im + \frac{1}{H}\right)\hat{p} &= 0 \end{aligned}$$

in zapišemo pogoj za enolično rešljivost v obliki:

$$\begin{vmatrix} -i\sigma & 0 & \frac{ik}{\rho_0} \\ ik & im - \frac{1}{2H} & 0 \\ 0 & N^2 & \frac{i\sigma}{\rho_0} \left(im + \frac{1}{2H} \right) \end{vmatrix} = 0,$$

dobimo:

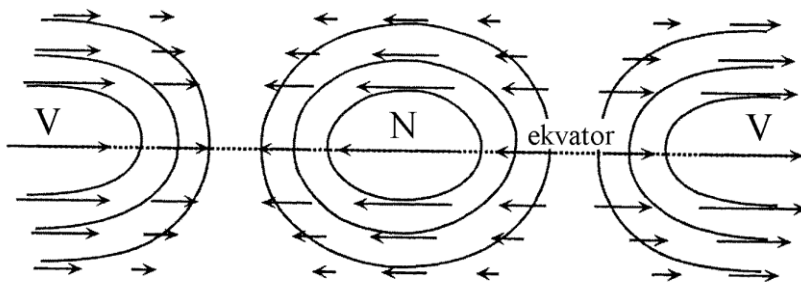
$$\sigma^2 \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) = N^2 k^2$$

oziroma

$$\frac{\sigma^2}{k^2} = c_{x,not} = \frac{N^2}{m^2 + \frac{1}{4H^2}}$$

Notranja fazna hitrost (glede na zrak) je pozitivna in ni odvisna od horizontalnega valovnega števila in je pozitivna – valovi se z nespremenjeno obliko (nedisperzivno) širijo na vzhod. To poznamo že iz uvoda: to so **ekvatorialni Kelvinovi valovi**.

J. R. Holton (2004) in/ali H. Pichler (1997 (po Matsunu 1966 in J.W. Wallacu 1973))



Kelvinovi valovi pa se vidijo tudi na analizah meteoroloških polj, npr. ob vrhu ozračja pri okrog 250 mbar in spodaj pri 750 mbar. Tako je iz podatkov o stanju ozračja po modelih NCEP, NCAR:DART/CAM in ECMWF je Nedjeljka Žagar s pomočjo Fourierove analize po zonalni smeri x izluščila osnovne harmonike v polju hitrosti, geopotenciala itd. v odvisnosti od x in t . Za posamezne valovne načine (1, 2, 3... valov okrog Zemlje) je potem z obratno Fourierovo transformacijo dobila osnovne zonalne lastne načine za razmere v ekvatorialnem pasu okrog Zemlje.

Časovna **ANIMACIJA4** na osnovi analiz ECMWF, NCAR:DART/CAM in NCEP/s: s puščicami so prikazana gibanja v zonalni smeri (vzhod-zahod), z barvami pa geopotencial in to na dveh nivojih: “zgoraj” pri okrog 250 mbar (okrog 10 km visoko) in “spodaj” pri okrog 750 mbar (okrog 3 km visoko)

http://www.fmf.uni-lj.si/~zagarn/Research/ecm_kw.gif

po modelu NCEP

poženi datoteko »Animacija 4a ncep_kw.gif« (npr. z Windows Picture and fax Viewer)

po modelu NCAR:DART/CAM

poženi datoteko »Animacija 4b cam_kw.gif« (npr. z Windows Picture and fax Viewer)

po modelu ECMWF

poženi datoteko »Animacija 4c ecm_kw.gif« (npr. z Windows Picture and fax Viewer)

2.3.2 Ekvatorialni Rossbyjevi valovi z vplivom težnosti

Drugi tip ekvatorialnih valov pa so **ekvatorialni Rossbyjevi valovi z vplivom težnosti** (tudi Yanaievi valovi). Izpeljava iz enačb iz Dodatka 6 je kar zapletena. Pač pa so preprostejše enačbe za plitvo vodo (kar pomeni nobenih adiabatnih učinkov), ki pa še vedno dajo osnovne informacije o pojavu:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v + \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u + \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} + gH \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0.\end{aligned}$$

Z valovnim nastavkom

$$\begin{aligned}u(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\hat{u}(y)e^{i(kx - \omega t)}] \\ v(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\hat{v}(y)e^{i(kx - \omega t)}] \\ \Phi(x, y, z, t) &= \operatorname{Re}[\hat{\Phi}(y)e^{i(kx - \omega t)}]\end{aligned}$$

in s substitucijami dobimo enačbo za odvisnost ene od amplitud od y , ki je enolično rešljiva ob pogoju

$$\frac{\omega^2}{gH} - \left(k^2 + \frac{k\beta}{\omega} \right) = (2n + 1) \frac{\beta}{\sqrt{gH}}$$

Za $H \rightarrow \infty$ ostane samo

$$\left(k^2 + \frac{k\beta}{\omega} \right) = 0 \quad \text{ali} \quad \frac{\omega}{k} = -\beta$$

torej Rossbyjeva fazna hitrost,

brez vpliva vrtenja Zemlje $\beta = 0$ pa

$$\frac{\omega^2}{gH} - k^2 = 0 \quad \text{ali} \quad \frac{\omega}{k} = \sqrt{gH},$$

torej težnostni valovi.

Torej so ti valovi kombinacija **Rossbyjevih valov in vpliva težnosti**.

Njihova karakteristična razsežnost po geografski širini je

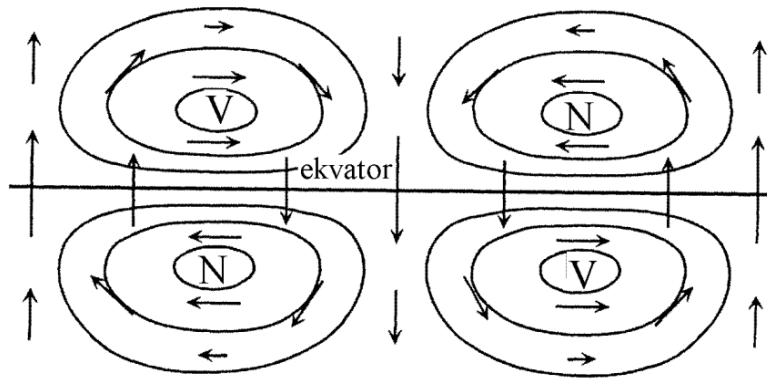
$$L_{R,ekv} = \sqrt{\frac{gH}{\beta}}$$

Enačba za ω je disperzijska: valovi med potovanjem spreminjajo obliko in grupna hitrost nosi energijo drugam, kot kaže fazna hitrost.

Če bi obravnavali enačbe iz poglavja 3.3, pa bi dobili:

$$m^2 = \frac{k^2}{\sigma^2} N^2 \left(1 + \frac{\beta}{k\sigma} \right)^2 - \frac{1}{4H^2}.$$

J. R Holton (2004) in/ali H. Pichler (1997 (po Matsunu 1966 in J.W.Wallacu 1973)

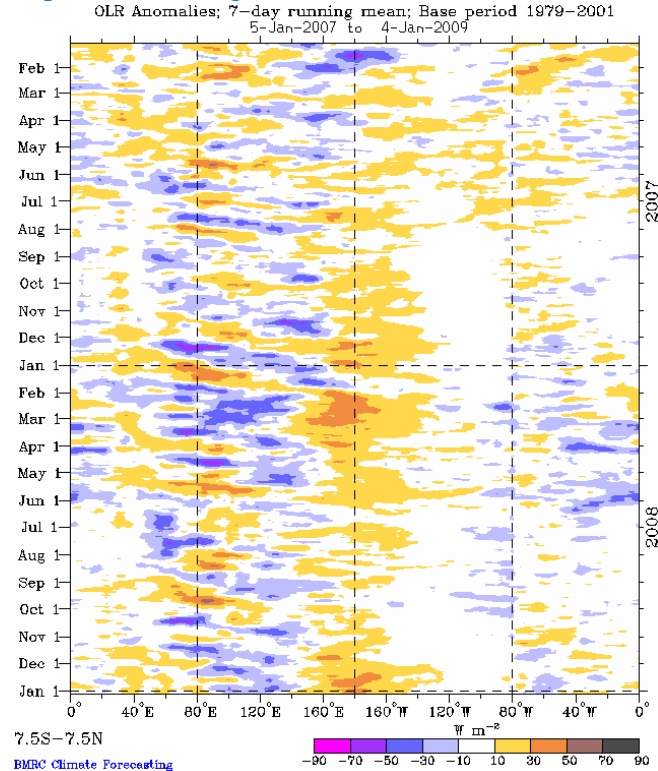


2.3.3 Primeri ekvatorialnih valov

Ker se ob ekvatorju pojavljajo tako Rossbyjevi, kot Kelvinovi valovi, zaznavamo dogajanja, ki vsebujejo tako ene, kot druge. Metode zaznavanja so npr. preko satelitskega merjenja dolgovalovnega (IR) sevanja tropskih območij ali pa s pomočjo meteoroloških radarjev na satelitih.

Pri prvem načinu zaznavanja so hladni vrhovi visoko kipečih oblakov, topla pa so zaznave iz nižjih plasti ozračja.

<http://www.bom.gov.au/bmrc/clfor/cfstaff/matw/maproom/OLR/hov.last6mths.anom.EQ.gif>



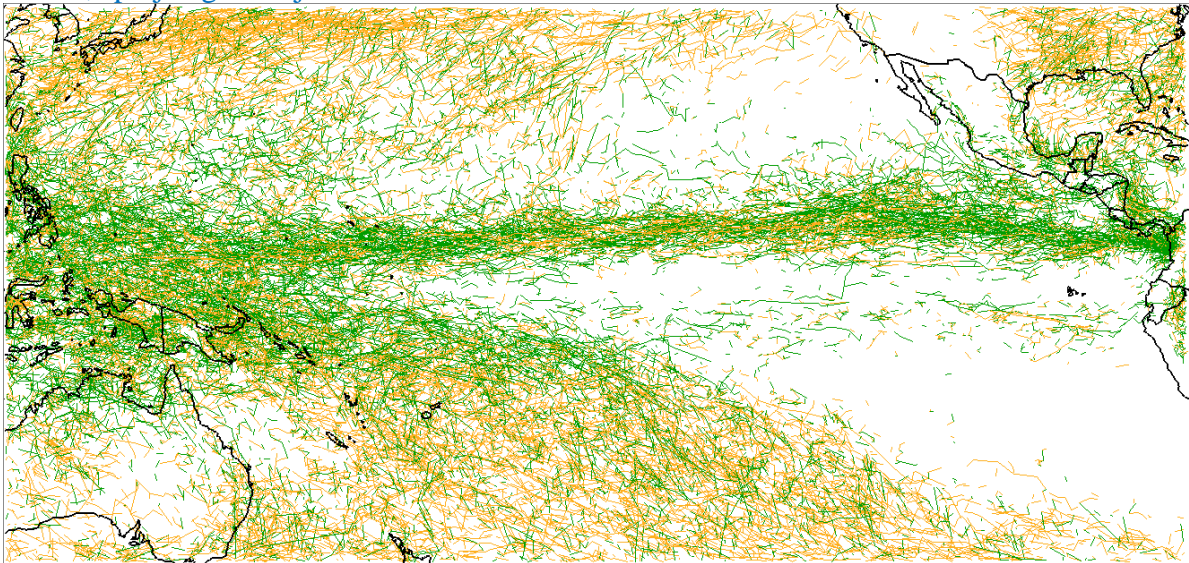
Ta časovno-zonalni diagram pokaže, kako se premikajo na vzhod bolj ali manj hladna območja (kar kaže na močno konvekcijo z visokimi oblaki) in bolj topla območja (kar kaže na to, da tedaj oblaki niso visoki, ali pa da jih sploh ni). Vidimo da se v nekaj manj kot dveh

mesecih nad nekim območjem izmenjavajo topli/hladni signali in da se zgodi (ker cikel ni točno dvo-mesečni), da je včasih nad kakim območjem v istem letnem časi pretežno toplo (torej manj oblakov), naslednje leto pa pretežno hladno (veliko visoko segajočih oblakov).

To približno dvomesečno spreminjanje je skupaj s dvoletnimi oscilacijami in z El Niñjom oz. La Niño pravzaprav glavna spremenljivost “vremena” v tropih, ki se sicer ne spreminja kaj dosti.

Druga možnost zaznavanja so meteorološki radarji na satelitih.

Iz disertacije Gregorja Skoka (v pripravi) in članka G. Skok, J. Tribbia, J. Rakovec in B. Brown, sprejetega v objavo v MWR.



Vidimo, da se oblaki gibljejo tako na vzhod (oranžno – s Kelvinovimi valovi), kot tudi na zahod (zeleno – z ekvatorialnimi Rossbyjevimi valovi).